# DISSERTATIO DE MARIS AESTU, AC PRAESERTIM DE VIRIBUS LUNAE, SOLISQUE MARE...

Leonardo Ximenes

Digitized by Google

# DISSERTATIO
## DE MARIS AESTU,
### AC PRAESERTIM DE VIRIBUS LUNAE, SOLISQUE MARE MOVENTIBUS.

*QUAM EQUITI*

## CAJETANO ANTINORIO

URBEVETANO ORDINIS S. STEPHANI PRIORI, UNI EX AETRURIAE REGENTIBUS, ATQUE A SECRETIS BELLICIS CONSTITUTO,

## VINCENTIUS BUCELLIUS

In obſequentis animi pignus conſecrat, atque publicè ad defendendum proponit.

*AUCTORE LEONARDO XIMENIO S. I.*

*S. C. M. GEOGRAPHO.*

127

328. 15

1872

FLORENTIAE ANNO MDCCLV.
EX TYPIS PETRI CAJETANI VIVIANI.

*CUM ADPROBATIONE.*

Google

Digitized by Google

# PRAEFATIO.

L*Icet quaeſtionem hanc de* M*aris* A*estu* *per ſeſe arduam, atque difficilem praeſtantiores philoſophi ſtudio, atque induſtria planiorem effecerint, nonnulli tamen contra difficiliorem fecere. Nam poſt Nevvtonum, qui illam ad ſolidioris mechanicae leges revocavit, (1) Edmundus Halleius (2) Daniel Bernoullius (3) Leonardus Eulerus (4), Rogerius Boſcovichius (5) Cavallerius, Mac-Laurinus (6) eandem ad caput reſumere, atque magis, magiſque perficere aggreſſi ſunt. Verum hac in re illud aliquibus contigit, quod magnis viris in arduis argumentis uſuvenire ſolet, ut dum unuſquiſque pro ſuo ingenio methodos diverſas, ac plerumque difficiliores proſequitur, ita in diverſa abeant, ut unus cum altero non conſentiat, atque aliquando etiam unus idemque ſecum ipſe pugnare videatur. At inter haſce pugnas, atque diſcordias non ita facile eſt veritatem deprehendere. Nam formulae analyticae ſatis implexae, ſatiſque compoſitae ſunt evolvendae; tota formularum ſeries ad earum elementa revocanda eſt; una cum altera comparanda. Quae omnia non modo*



*ty-*

(1) Philoſ. Nat. Princ. Math. Lib. III. Prop. XXXVI. & XXXVII.

(2) In primo volumine miſcell. curioſ. & in tranſactionibus Phil. N. 162.

(3) Traitè ſur le Flux, & reflux de la Mer.

(4) Inquiſitio Phyſica in cauſam fluxus, & refluxus maris.

(5) Diſſertatio de maris aeſtu Romae MDCCXLVII.

(6) De cauſa Phyſica fluxus maris. Diſſertationes Bernoullii, Mac-Laurini, Euleri, & Cavallerii habes in opuſculis a Paris. Scient. Acad. praemio donatis.

Digitized by Google

*tyrones, verum etiam mathematicos ipſos ita fatigant, ut aliquando ſine magno labore ancipites, quam cum ingenti de rerum exitu certi eſſe malint. Huiusmodi eſt Euleri, & Mac-Laurini exemplum; quorum alter, longioribus formulis uſus, vires ſolares ad mare attollendum dimidii pedis pariſienſis fore demonſtrat; alter vero ſyntheſi ſolidiore pedem unum aequare contendit. Bernoullius cum Mac-Laurino in menſura virium conſpirat, at in ratione virium Lunarium atque ſolarium ab Eulero, ac Mac-Laurino diſſentit. Quare quantae difficultatis eſſe indicabimus, veritatem ipſam in tantorum virorum diſſenſu laborantem, in ſuum locum, ac quodammodo ſedem reſtituere? Illud igitur primum eſt, quod in hac quaeſtione curabo, ut videlicet in ſcriptorum diſcordia veritas eruatur. Alterum eſt, ut faciliori ſyntheſi, aut ſaltem formulis ſimplicioribus ad tyronum captum accommodatis, problemata aeſtuum reſolvantur. Tertium, ut quaeſtio tota in difficilioribus praeſertim phoenomenis pertractetur. Haec vero, ut dilucide peragerem, quaeſtionem ipſam in quatuor partes dividendam iudicavi; quarum prima mechanica eſt, agitque de viribus ☉ & ☾ mare moventibus; altera hydroſtatica, quae quidem fluidum aliquod in ſiphone communicante per vices oſcillans contemplatur, ſine qua obſcuriora aeſtus phoenomena vix illuſtrantur. Tertia eſt hiſtorica, utpote quae aeſtus phoenomena accurate enarrat. Poſtrema demum eſt comparativa. Narrata enim phoenomena cum theoria virium ☉, & ☽, atque fluidi oſcillantis comparat, invicemque componit, ut ſingulis enarratis phoenomenis ſuae explicationes tribuantur.*

*Harum quatuor partium nunc prodit prima; reliquas dabo, ubi per tempus licebit.*

DE

Digitized by Google

# DE AESTU MARIS

## RECIPROCO, AC PRAESERTIM DE VIRIBUS LUNAE, SOLISQUE AD MARE MOVENDUM.

### §. I.

CAuſam aeſtus maritimi in ſole, ac luna eſſe repoſitam, aut ab iis luminaribus pendere, nemo ſane negabit, modo ſciat eiusdem aeſtus phoenomena. Ita enim tempus intumeſcentiae ab appulſu luminarium ad loci meridianum dependet, ita intumeſcentiarum menſtruarum incrementa cum conſpiratione luminarium coniuncta ſunt, ita vero ea a majori, minorique ſolis, lunaeque a terra diſtantia augeri videntur, ut, ſi quis neget aeſtus reciprocos a ſole lunaque generari, is eodem iure, & ferrum a magnete trahi, & paleas a corporibus electricis adduci, negare poſſit. Non enim nos aliter in cauſarum cognitionem venire poſſumus, niſi effectuum praeſentiam cum cauſae praeſentia, atque eorum magnitudinem cum cauſae energia conferendo ſimul, & comparando. Neque vero alia de ratione igni calorem tribuimus, niſi quod ad eius praeſentiam calorem excitari videmus, ac ſentimus; atque cum minori corporum ab igne diſtantia intenſiorem caloris ſenſum coniungi



Digitized by Google

animadvertimus. Cum itaque dubitandum non ſit, cauſam aeſtuum maritimorum in ſole, lunaque eſſe conſtitutam, aut cum ipſorum actione coniunctam, duo ſuperſunt excutienda; ac primo quibus nam viribus ea luminaria marium intumeſcentiam creent; deinde, viribus etiam conſtitutis, definienda eſt ratio, methodus, ac leges, juxta quas vires iſtae agere debeant. Horum autem duorum quae ſuperſunt, non facilis eſt tractatio. Nam vires lunae ſolisque in eorum vortice, aut vorticibus conſtitui poſſunt; horum vero vorticum apud primae notae ſcriptores tam magna eſt diſſenſio, ut ſi ea de re diſputare velim, finem diſputationis non inveniam. Sunt, qui vires iſtas in *attractione quadam mutua particularum* ſolis, lunaeque globum conſtituentium ſitas eſſe contendant; qui quidem, ſi *attractionis* vocabulo aut ſimplex phoenomenon, ut Newtonus, aut mechanicam aliquam actionem, aut cauſam ſignificant, audiri ſane poſſunt; ſi vero, aut *naturae legem*, aut non mechanicam, ſed *ſubſtantialem* quamdam corporum proprietatem intelligant, audiendi profecto non ſunt, utpote qui non cauſam Phyſicam, quam poſtul mus, ſed aut moralem, aut nullam producant. Ne itaque in ipſo quaeſtionis aditu, atque veſtibulo haerere miſerum in modum cogar, quaeſtionem de *gravitatis cauſa* alium in locum reiiciam; atque, quantum ad rem praeſentem pertinet, gravitatem telluris in ſolem, aut lunam; ut phoenomenon ex obſervatione petitum aſſumam. Quod quidem phoenomenon niſum in corpora maiora, qualia ſunt planetae ſatis aperte patefacit, de mutuo tamen ſingularum particularum acceſsu aut nihil omnino, aut nihil certi nobis innuere videtur. It.que phoenomenon hoc gravitatis longe alia ſignificatione ego, atque Newtoniani uſurpamus. Ii enim ſingulas materiei particulas ubicumque poſitas tanquam totidem virium centra ponere conſueverunt; mihi vero ſatis eſt, ſi verſus maiora corpora gravitas concedatur.

§. II. Dico itaque, hodierno die pleriſque recentioribus mathematicis ab obſervatione conſtare de annua telluris noſtrae circa ſolem converſione, quod ſane praeteritis philoſophis denegatum fuit. Neque illud una aut altera obſervatione conficiunt, ſed tot obſervationum ſeriebus, quot ſidera fixa in coelo micant. Quid enim, inquiunt, ſunt Bradleianae

aber-

Digitized by Google

aberrationes ſiderum, niſi obſervationes certiſſimae, telluris motum ſignificantes? Eae autem obſervationes ita in aliquibus fixis, iiſque non paucis ſunt inſtitutae, ut nemini dubium ſit, in omnibus profecto, quot obſervari poſſunt, eamdem aberrationem motus annui teſtem deprehendi. Tot itaque habemus, ſi velimus, eiusdem motus teſtimonia, quot ſidera in coelo numerantur. Atque haec quidem illi. Ego vero, quid a ſiderum aberrationibus conſequatur, non decerno. Telluris orbitam circa ſolem, ut hypotheſim ad phoenomenon explicandum aſſumo. Si itaque tellus circa ſolem orbitam in ſeſe redeuntem percurrit, ſolem verſus feretur viribus quibusdam centripetis, illam continuo a recta linea removentibus, atque in eadem orbita retinentibus. Iis enim viribus ſecluſis, tellus non in orbita redeunte, ſed in linea recta in infinitum pergeret, niſi aliquid ſuper veniret, quod illam a recto tramite deflecteret. Quae ſane, cum a mechanicis demonſtrentur, reſtat, ut telluris gravitatio ſolem verſus, ut phoenomenon certiſſimum, adhiberi poſſit. Verum non modo gravitas, ſed etiam gravitatis lex ab immediata obſervatione derivatur. Orbita enim, quam tellus deſcribit eſt elliptica, aut ferme elliptica; oſtenditur vero a mechanicis Sectionem Conicam, qualis eſt Ellipſis, deſcribi non poſſe niſi a corpore verſus centrum aliquod lato viribus decreſcentibus in ratione diſtantiarum duplicata. Unde colligitur, vim illam gravitatis, qua tellus in ſolem fertur, eius naturae eſſe, ut eius vis, aut energia ſeſe habeat, ut quadratum diſtantiae reciproce. Quamobrem telluris particulae in ſolem ferentur viribus ſeſe habentibus ut quadrata diſtantiarum reciproce; illudque accurate, ſi tellus accuratam ellipſim deſcribat, at proxime, ſi tellus orbitam proxime ellipticam percurrat.

§. III. Eodem prorſus argumento deducunt, lunae particulas ferri terram verſus viribus ſeſe habentibus in ratione reciproca duplicata diſtantiarum a telluris centro, vel accurate, vel proxime. Nam luna etiam movetur in orbita per telluris centrum tranſeunte, atque ad ellipſim, aut accurate, aut proxime accedente. Quare ſi de aeſtu reciproco lunae ageretur, haberemus duo phoenomena, unde eius explicationem petere poſſemus; lunae ſcilicet converſionem circa ſolem, atque eiusdem orbitam circa tellurem. Nunc vero cum

de

Digitized by Google

de aeſtu terreſtri ſermo ſit, gravitationem particularum terreſtrium in lunam, inquirere debemus. Atque ea quidem gravitatio ex principio reactionis a doctiſſimis philoſophis deduci ſolet. Si enim vis haec mechanice agit, illud continget, quod in corporibus magneticis, atque electricis uſuvenire ſolet; ut non modo ferrum, aut feſtucae in magnetem, aut electrum ferantur, verum etiam magnes, atque electrum in ferrum, aut feſtucas. Atque motus ibi ſequetur, ubi vincibilis eſt reſiſtentia. Si magnes libere appenſo filo dependeat, ferrum vero manu retineatur, magnes ad ferrum accurret. Si tam ferrum, quam magnes libere pendeant, atque ad certam diſtantiam collocentur, motus erit reciprocus, tam ſcilicet magnetis ferrum verſus, quam ferri verſus magnetem. Si pondus magnetis, ferrique aequale ſit, atque aequale etiam filum, cui uterque nectitur, aequales arcus accedendo deſcribent. Contra ſi aequale filum, at pondus inaequale, arcuum illorum altitudines a puncto infimo erunt reciproce, ut pondera. Ex hiſce principiis, atque obſervationibus colligitur, ut, cum mechanica ſit telluris actio in lunam, ex reactione corpora haec girare debeant circa commune gravitatis centrum, quod diſtet a centris ſingulorum in ratione maſſarum reciproca; neque minus lunares particulae in terram vi gravitatis agantur, quam terreſtres particulae faciant lunam verſus. Verum, omiſſo etiam reactionis argumento, quod aliqua ex parte infirmum videri poſſet, non deſunt aliae coniecturae ex ipſa corporum lunarium conſtitutione petitae. Corpora enim lunaria figuram ſphaericam, aut quaſi ſphaericam affectant, quod ſane contingere nequit, niſi vis quaedam inſit tendens in lunae centrum, atque niſi haec vis magna ſit. Si enim eſſet exigua, vires ſolis, terraeque perturbatrices notabilem lunaris figurae mutationem inducerent; quod quidem quum obſervationibus non ſit conſonum, inde profecto non modo de lunari gravitate, verum etiam de gravitatis magnitudine admonemur. Iam vero ex omnium mundanorum corporum analogia conſtat, gravitatem verſus eorum contra ad magnam ſaltem diſtantiam diffundi, atque decreſcere in eadem ratione, in qua creſcunt diſtantiarum quadrata. Quare idem dicendum eſt de luna ſaltem ad terreſtrem diſtantiam, cuius media

men-

Digitized by Google

menſura eſt 58. aut 59. Semid. terr. circiter. Quamobrem non modo ex reactionis principio, verum etiam ex lunari figura, atque aliorum planetarum analogia habebimus gravitatem particularum terreſtrium verſus lunam, atque gravitatis energiam in ratione reciproca duplicata diſtantiarum. Si itaque ex gravitate terreſtrium particularum tam ſolem verſus, quam verſus lunam omnia aeſtus maritimi phoenomena ſponte fluerent; ac ſi nulla demonſtratio, nulla valida difficultas contra pugnaret, gravitas haec habenda eſſet ut vera, ac legitima cauſa aeſtus reciproci. At enim rem ita ſe habere demonſtraturus ſum, nihil videlicet eſſe, quod ex unico illo duplicis gravitatis principio explicari commode nequeat. Quamobrem cum illud demonſtravero, de cauſa huius aeſtus dubitari minime poterit. Ad illud vero dilucide demonſtrandum, praemittendae ſunt propoſitiones aliquae, quibus effectus earum virium in globo terraqueo definiantur. Effectus hoſce *virium* effectus nominabo, atque quid *virium* nomine veniat, ſatis, ſuperque indicavi.

## P R O P O S I T I O I.

*Vim acceleratricem centri terreſtris in Solem in media telluris a Sole diſtantia determinare.*

§. IV. ANtequam vim perturbatricem determinemus, oportebit vim ſolis acceleratricem, ſeu vim gravitatis centri terreſtris ſolem verſus accurate ſtatuere. Inde enim omnis haec virium theoria deſumenda eſt. Vis haec acceleratrix computatur in ſinu verſo arcus terreſtris quam minimi in media a ſole diſtantia. Aſſumamus itaque arcum 4'. gradus unius in orbita terreſtri, qui profecto motu medio a tellure deſcribitur intra tempus medium 5844". Ad ſinum verſum eius arcus exacte conſtituendum utamur ſinu recto arcus dimidii, qui eſt in tabulis 58. 18. Eo duplicato habemus chordam arcus 4'. quae videlicet erit partium 116. 36. Iam vero eſt circuli diameter ad chordam alicuius arcus, ut chorda eadem ad ſinum verſum arcus eiusdem. Inſtituta analogia, eruetur ſinus verſus eius arcus 6. 72. quarum partium

Digitized by Google

tium 10000000 ſinum totum conſtituunt ; quare erit ſinus totus ad ſinum verſum arcus 4′ , ut 10000000: 6. 72. Iam poſita ſolari parallaxi 10″, quot videlicet ex recentiſſimis obſervationibus deducitur , eſt media centri terreſtris a ſole diſtantia ſemidiametrorum terreſtrium 20620 , quae diſtantia , ſi ad pedes pariſinos redigatur , poſita terreſtri ſemidiametro pedum 19695539 , evadet pedum pariſinorum 406122014180. Ut ſinus verſus 4′ eruatur in partibus pedis pariſienſis , inſtituatur haec analogia , ut 10000000: 6. 72=406122014180. ad quartum , qui evadet pedum pariſienſium 272914. proxime . Hic videlicet eſt deſcenſus telluris ſolem verſus intra tempus idem , quo illum arcum deſcribit , ſive intra 5844″ temporis ſolaris medii . Iam ut vim acceleratricem centri terreſtris , cum vi gravitatis terreſtris in eiusdem ſuperficie comparemus , oportebit ſupputare deſcenſum noſtrorum corporum vi gravitatis ſuperficialis , ſi ea conſtans haberetur . Deſcenſus liber gravium in noſtra ſuperficie vi gravitatis terreſtris , tum media, tum primitiva ( qualis videlicet hic eſt adhibenda ) intra 1″ temporis medii a me ſupputatus eſt pedum pariſienſium 15. 117 , atque ſpatia deſcenſuum ſunt in ratione temporum duplicata . Colligimus inde corpora noſtra conſtanti gravitate intra tempus 5844″ deſcenſura per pedes pariſinos 516280863. 312. Cum itaque tempora deſcenſuum ſint aequalia , vires erunt in ratione directa ſpatiorum . Vis ſcilicet acceleratrix centri terreſtris , erit ad vim mediam primitivam terreſtris gravitatis in ſuperficie , ut 272914: 516280863 , ſive in terminis ſimplicioribus ut 1 : 1890 quam proxime . Et haec eſt vis acceleratrix centri terreſtris , ad vim gravitatis comparata , quae poſtulabatur .

## *C O R O L L A R I U M I.*

§. V. Sit nunc H M terreſtris aequatoris Diameter ( fig. I. ) atque circulus B H D M ipſius aequatoris planum quieſcens repraeſentet . Per id planum tranſeat centrum ſolare S , ſitque C S diſtantia media centri terreſtris a ſolis

cen-

centro, quae ſcilicet poſita eſt ſemidiametrorum terreſtrium 20620. In terreſtri ſemidiametro H C perpendiculari ad ſemidiametrum C B per ☉ centrum tranſeuntem, capiatur linea N C, quae totius ſemidiametri ſit pars 1890.ª Recta C S tanquam Asymptoto deſcribatur hyperbola Aſymptotica ſecundi generis, quae tranſeat per punctum deſcriptum N. Erunt ſemiordinatae ad hanc hyperbolam in ratione duplicata abſciſſarum reciproce. Itaque ſi ad punctum axis quodcumque ex. gr. T capiatur ſemiordinata T K, ea determinabitur ſumendo quartam proportionalem ad $ST^2$, $SC^2$, & rectam definitam C N. Haec hyperbola, ut patet, erit locus virium acceleratricum reſpectu ſolis; atque in ea, data quacumque diſtantia a ſolis centro, determinari poterit vis acceleratrix ad eam diſtantiam, vis inquam, ſub hypotheſi, quod vis acceleratrix centri terreſtris unitate exponatur.

## COROLLARIUM II.

§. VI. Sit nunc recta S T aequalis terreſtri ſemidiametro, atque quaeratur ad punctum T vis acceleratrix ſolaris in dictis hypotheſibus. Fiet itaque ut $ST^2 : SC^2 = CN : TK$. Sed $ST = 1$, & $CN = 1$. Quare T K aequalis erit quadrato diſtantiae S C in ſemidiametris terreſtribus expreſſo. Erit igitur $TK = 425184400$. At recta T K vocari ſolet ab Eulero vis ſolis abſoluta. Quare vis ☉ abſoluta in adductis hypotheſibus erit 425184400. Quod ſi vis terreſtris gravitatis ponatur, ut unitas, in hac nova hypotheſi habebitur vis ſolis abſoluta, ſi allatus numerus per 1890 dividatur, cuius diviſionis quotus eſt proxime 225965, quae eſt vis abſoluta acceleratrix ſolis, poſita gravitate terreſtri = 1. Aliquod intercedit diſcrimen inter vim hanc acceleratricem, atque Eulerianam in eodem ſenſu ſupputatam. Nam Eulero haec vis abſoluta provenit (1) 227512, aliquanto maior vi ſuperius a me definita. Verum diſcrimen hoc & exiguum eſt, & fortaſſe ab aliqua fractione, quam Eulerus in tot calculi elementis neglexerit,

 de-

(1) In eiuſdem Inquiſitione Phyſica in cauſam Fluxus, & Refluxus §. 38.

Digitized by Google

deſcendit. Ipſe quidem eius computi elementa ſuppreſſit, quae ideo fuſe a me hactenus allata ſunt, ut unusquiſque de mea ſupputatione judicium ferre poſſit. Haec vero aliqua ſubtilitate a me ſubducta ſunt, propterea quod marium intumeſcentia ab hiſce elementis maxime pendet, ut videbitis.

## P R O P O S I T I O II.

*Data vi ſolis acceleratrice ad centrum terrae, vim eiusdem perturbatricem in canali telluris centrali determinare.*

§. VII. SI vis acceleratrix conſtans eſſet, vis perturbatrix eſſet nulla. Si enim eadem vi punctum C ſolem verſus ferretur, qua alia puncta a C usque ad B, totum fluidum in canali C B concluſum nullam omnino perturbationem ſentire poſſet; quod ex principiis mechanicae abunde patet; Perturbatio itaque fluidi oriri non poteſt, niſi a virium acceleratricum differentia, qua tantummodo fieri poteſt, ut pars una fluidi celerius, alia tardius ſolem verſus deſcendat; ex quo demum perturbatio motus oriri poteſt. Ramus hyperbolicus K O G N in ſuperiori propoſitione deſcriptus, differentias iſtas, unde res tota pendet, exhibebit. Cum enim ſemiordinata B G ad punctum aliquod B erecta, vim acceleratricem puncti eiusdem B iure nobis exponat, ſi ducatur linea N E rectae C B parallela, differentia rectarum B G, B E, ſeu recta E G vim ſolis perturbatricem relate ad punctum B repraeſentabit. Idem dicendo de aliis quibuscumque punctis canalis B C centrum ſolis reſpicientis, habebitur eodem pacto menſura vis perturbatricis pro iisdem punctis, quae petebatur.

## *C O R O L L A R I U M I.*

§. VIII. QUod ſi ratio quaeratur inter vim gravitatis, vimque ſolis perturbatricem, ſatis erit ponere lineam B F partium 1890, quarum N C eſt unitas; atque erit recta B F ad rectam E G, ut gravitas ſuperficiei terre-

ſtris

ſtris ad vim ſolis perturbatricem in eadem ſuperficie. Erit autem $NC : GB = SB^2 : SC^2$, atque $SB^2 : SC^2 = 425143161 : 425184400$. Itaque erit $BG = 1.0000097$. Quare $GE = 0.0000097$. Unde erit $BF : EG = 1890000000 : 97$. Atque haec eſt proportio, quam terreſtris gravitas media primitiva in ſuperficie terreſti B obtinet cum vi ſolis perturbatrice ad idem punctum B.

## *COROLLARIUM II.*

§. IX. Exigua illa portio rami hyperbolici G N a linea recta tam parum abludit, ut ſine ullo ſenſibili errore triangulum G E N pro triangulo rectilineo haberi poſſit. Quamobrem, ſi a quolibet alio puncto *a* eiusdem canalis ducatur perpendicularis *ab*, linea *be* exprimens eiusdem puncti vim perturbatricem, erit ut diſtantia *a* C ſine ullo errore ſenſibili. Unde fit hoc theorema. Vires perturbatrices canalis centralis ſolem reſpicientis ſunt inter ſe, ut diſtantiae punctorum a centro terrae.

## *COROLLARIUM III.*

§. X. Si coniungantur puncta C F, triangulum F B C erit locus gravitatis in hypotheſi communiter accepta, quod gravitas punctorum terreſtrium in terrae viſceribus ſequatur directam diſtantiae rationem. Quare ſemiordinata *af* exponet gravitatem puncti eiusdem *a*. Unde habemus hoc alterum theorema. Gravitas punctorum in canali ſolem reſpiciente, eſt in ratione vis ſolaris perturbatricis eiusdem puncti. Erit enim ſemper $GE : BF = be : af$.

## *COROLLARIUM IV.*

§. XI. Quod ſi ramus idem hyperbolicus a puncto N continuetur uſque ad punctum V a ſole oppoſitum, ex iisdem rationibus vis perturbatrix ſolaris pun-



Digitized by Google

cti *m*, erit aequalis differentiae duarum ſemiordinatarum N C, V D. Haec differentia ex computo evadit aequalis ferme differentiae antea inventae pro puncto B; atque diſcrimen tam exiguum eſt, ut merito contemni poſſit. Vires itaque ſolis perturbatrices tam pro canali ſolem reſpiciente, quam pro canali ſoli averſo in aequalibus a centro diſtantiis pro aequalibus haberi poſſunt; atque non minus pro canali primo, quam pro ſecundo, locus virium perturbantium eſt triangulum rectilineum; atque utrobique gravitas particularum viribus earumdem perturbatricibus eſt proportionalis. Rurſus cum in canali ſolem reſpiciente vis perturbatrix ſit directe oppoſita vi gravitatis, atque vis acceleratrix centri minor ſit vi acceleratrice particularum ſuperiorum, actualis gravitatio in centrum C cuiuscumque particulae *a* aequalis erit differentiae duarum linearum *af*, *be*. Nec diſſimiliter, cum in canali a ſole oppoſito C D vis perturbatrix conſpiret cum vi gravitatis, atque vis acceleratrix centri maior ſit vi acceleratrice cuiuſcumque particulae ex; gr. *n*, ſi ſumatur D *m* = B F, ducaturque C *m*, differentia ſemiordinatae Q *n* a linea *po* exhibebit actualem gravitationem puncti *n* verſus C. In utroque igitur canali omnia ſunt ferme paria, & virium perturbantium rationes ſunt ferme eaedem. Eadem vero haec omnia valent pro viribus perturbatricibus lunaribus, neque aliud eſt diſcrimen, niſi quod a diverſa vi acceleratrice, ac diverſis diſtantiis oritur. Habes itaque virium perturbantium theoriam pro utroque canali, atque etiam pro utroque luminari.

## PROPOSITIO III.

***Vim lunae perturbatricem in hypotheſi, quod eius abſoluta gravitas ſit in ratione voluminis, determinare.***

§. XII. Aut problema hoc in praeſenti omittere oportebat, aut hypotheſim aliquam lunaris gravitatis ab aeſtu maris non pendentem aſſumere. Cum enim luna ſit telluris ſatelles, nec alium circa ſe ſatellitem habeat, eius gravitas acceleratrix, uti pro ſole factum eſt, definiri non

po-

Digitized by Google

19

poterat. Supereſt igitur, ut ab aliquo phoenomeno determinetur. At phoenomenon, a quo eam Newtonus, aliique determinaverunt, eſt ipſa marium intumeſcentia in aliquo portu diligenter obſervata. Id etiam ſuo loco egomet praeſtiturus ſum. Verum, cum locus hic ſolutionem pro ☾ ſibi poſtulet, cumque modo nequeam ſolutionem ab obſervationibus exhibere, malui hypotheſim aliquam ſequi, quam problema praetermittere. At eam hypotheſim adhibebo, quam poſtmodum ex obſervationibus corrigere potero. Aſſumo itaque gravitatem lunarem, coeteris paribus, relate ad gravitatem terreſtrem eſſe, ut lunae volumen ad volumen terreſtre. Nunc enim de maſſa loqui non poſſumus, neque hypotheſim de gravitatibus maſſis proportionalibus admittendam puto. At lunae volumen ad terrae volumen eſt ut 1: 50. Quare gravitas acceleratrix lunae, coeteris paribus, erit ut $\frac{15.117.}{50.}$ At enim mediocris centri terreſtris a lunari diſtantia ex obſervationibus ponitur ſemidiametrorum terreſtrium 58, vel 59. Quare ex priori diſtantia erit vis acceleratrix terreſtris in lunam $= \frac{15.117.}{168200.} =$ pedibus paris. 0. 00000897. Eodem computo erit vis acceleratrix ſuperficiei ſubiectae in ☾ 0. 00000930. Differentia erit vis acceleratrix aquarum in ſuperficie lunae ſubiecta a viribus lunae genita, quae erit 0. 0000033. Itaque fiet gravitas terreſtris ad talem vim ☾ perturbatricem, ut 151170000: 33; ſive ut 4580606: 1. At pro luna gravitas perturbatrix ſuperficiei terreſtris oppoſitae ſenſibiliter differt a vi priori perturbatrice, ut ex computo apparebit. Erit enim vis acceleratrix ad diſtantiam 59 ſemid. = ped. par. 0. 00000868.

Et eius differentia a vi acceleratrice centrali ped. par. 0. 00000029, quae erit vis perturbatrix, quaeque notabiliter differt a vi perturbatrice ſubiectae ſuperficiei.

Erit itaque gravitas terreſtris ad vim lunae perturbatricem in oppoſita ſuperficie, ut 151170000: 29. Et illud eſt, quod quaerebatur.


Digitized by Google

## COROLLARIUM.

§. XIII. Vim terreſtris gravitatis ad vim ſolis perturbatricem in ſuperficie telluris ſubiecta computavimus ( Cor. I. Prop. II. ) ut 1890000000: 97, ſive proxime ut 19484450: 1. At vis terreſtris gravitatis ad vim lunae perturbatricem in eadem ſuperficie deducta fuit, ut 4580606: 1. Quare erit vis ſolis ad vim lunae perturbatricem in ſuperficie terreſtri ſubiecta, ut 458: 1948 proxime, ſive vis ſolis ferme ſubquadrupla eſt vi lunari, ut ſubinde ex obſervationibus conſtabit.

## PROPOSITIO IV.

***Vires ſolis, lunaeque ad mare attollendum, ſive in aequatoris, ſive in meridiani plano in diverſis gravitatum hypotheſibus determinare.***

§. XIV. Quaeſtiones duas diligentiſſime diſtinguere neceſſe eſt; altera quidem circa vires mare attollentes, altera circa deprimentes verſatur; utraque ſignificari conſuevit ſub nomine *virium mare moventium*. Quaenam ſint vires attollentes, illud ex viribus ☉, & ☾ perturbatricibus maxime quaerendum. At vires deprimentes oriuntur ab aliis principiis, de quibus infra. Interea tamen moneo vires ipſas attollentes aqueam molem in locis ſub ſole jacentibus, atque ab ipſo adverſis mediate etiam deprimere in locis ſolem vel lunam in horizonte proſpicientibus. Non enim alicubi intumeſcere oceanus poteſt, quin ex iisdem viribus, quibus intumeſcit, alibi detumeſcat. Detumeſcentiam hanc, ex aequilibrii lege potius, quam ex viribus externis naſcentem, conſiderabo. Omittam modo alteram, ex viribus per ſeſe, atque immediate deprimentibus oriundam, ſi oriri revera poteſt. Iam vero, ut caſum ſimpliciſſimum adducam, pono canalem ( fig. II. ) centralem B C, alterutrum, aut utrumque luminare reſpicientem. Huic perpendicularem ſtatuo canalem H M, cum eo communicantem. Totam denique

in-

195

intumeſcentiam B O ab externis viribus ortam ab aquis in H M jacentibus deſumo. Quamvis enim res ita non ſit, ſed ſphaericus, aut ellipticus meniſcus circa B attollatur, at zonula quaedam circa H, M deprimatur; tamen hanc meniſci exuberantiam, eam vero zonulae depreſſionem perinde ferme ſe habere, atque ſi ex canali diametrali H M defluat tota aqua in C O, in poſterum demonſtrabo. Sit jam B M D H planum aequatoris, aut ſit A N B ſ Q planum alicuius meridiani. Quoniam intumeſcentia B O deſumenda eſt ex toto canali H M, aut A Q, in quatuor punctis H, M, A, Q, aqua detumeſcet aut dimidia, aut ferme dimidia intumeſcentia B O. Si H M ſit aequatoris diameter, H R, aut M T $= \frac{1}{2}$ B O. Si A Q ſit axis terrae idem continget. Quare inventa intumeſcentia O B pro qualibet gravitatis hypotheſi, addendum eſt ipſius dimidium, ut habeatur tota differentia obſervata duarum linearum C R, C O. Problema hoc generaliter ita ſolvitur.

Ponamus B O eſſe intumeſcentiam in quavis gravitatis hypotheſi. Erigatur perpendiculariter linea O I, aut O K gravitatem actualem puncti elevati O exponens juxta eam hypotheſim. In ea aſſumatur linea O L repraeſentans vim perturbatricem puncti O. Compleatur triangulum L O C, quod ſine errore ſenſibili haberi poterit, ut locus virium perturbatricum in qualibet gravitatis hypotheſi. Similiter ſupra canalem O C conſtruatur figura juxta datam hypotheſim ſcalam gravitatum exponens. Determinetur altitudo figurae I O B F, aut K O B F, quae & clauſa ſit intra ſcalam gravitatis, & aequalis interea ſit triangulo L O C. Altitudo B O eius figurae erit elevatio aquarum in eadem hypotheſi; cui, ſi addatur eiusdem dimidium, ſumma aequalis erit toti altitudini inter intumeſcentiam, ac detumeſcentiam intercurrenti. Haec omnia conſtant. Nam cum triangulum L O C ſit locus virium elevantium, ipſius area diminutionem ponderis in canali C O repraeſentabit. Quare ad pondus reſtituendum, quod ſane ex aequilibrii legibus repoſcitur, tantum elevari debebit aqua in B O, ut eius pondus aequet pondus amiſſum. At enim figura ex. cauſ. I O B F tale pondus exponit. Quare eius area, quaecumque ſit, aream triangularem aequare debet. Interea vero

ca-

Google

canali C H, aut C A nihil ponderis minuitur, aut augetur; cum intumeſcentiam B O ex novo fluido conflatam facere poſſimus. Quare ſeu canalis C H ſit aequatoris ſemidiameter, ſeu C A ſit ſemiaxis terreſtris, intumeſcentia B O perinde continget. Niſi haec ex peculiaribus gravitatum hypotheſibus illuſtrentur, vix ulterius clareſcere poterunt. Atque hoc problema tale eſt, ut niſi attente gravitatum hypotheſes conſiderentur, atque adhibeantur, in errores enormes incidamus.

## *Prima hypotheſis Galilaeana, atque Hugeniana conſtantis gravitatis.*

§. XV. Sit itaque primo gravitas particularum in canali B C omnino conſtans, ut Galilaeus, atque deinde Hugenius poſuit. Quare ſcala gravitatum erit rectangulum O I M C, cuius altitudo ſit C O, baſis vero O I. Itaque figura I O B F erit ſimiliter rectangulum, cuius altitudo eſt B O, baſis vero conſtans illa linea B F. Cum itaque ex generali ſolutione triangulum L O C aequale ſit rectangulo O F, fiet haec analogia I O : O L = $\frac{1}{2}$ O C : B O. Itaque intumeſcentia quaeſita erit quartus terminus proportionis poſt gravitatem actualem puncti O, vim ſolis, aut lunae perturbatricem puncti O, atque ſemidiametri dimidium. At ex dictis vis gravitatis in ſuperficie eſt partium 1890000000, quarum vis perturbatrix eſt 97, atque ſemidiametri dimidium fieri poteſt pedum pariſienſium 9847769 $\frac{1}{2}$. Itaque quartus terminus, ſeu intumeſcentia B O fiet ped. pariſ. 0. 5054, cuius dimidium ſi addatur, evadet diſcrimen intumeſcentiae ped. par. 0, 7551. Ex proportione, inter vires ſolares, ac lunares in eadem hypotheſi eruitur vis etiam lunaris. Atque haec ex ea hypotheſi conſequuntur. Verum haec hypotheſis gravitatis ab experimentis geographicis falſa convincitur.



Digitized by Google

## *Altera hypotheſis Hermanni de gravitate ubique creſcente in ratione diſtantiarum a telluris centro.*

§. XVI. Alteram Hermanni hypotheſim perveſtigemus, juxta quam ponitur gravitas ubicumque creſcens in directa diſtantiarum a centro ratione. Dixi ubicumque. Nam juxta Newtonianam etiam hypotheſim gravitas in ſemidiametro C O creſcit in ratione linearum *a* C, O C in ea ſemidiametro. At una ſemidiameter C O cum altera C A comparari non poteſt. In hac enim ad eamdem a centro diſtantiam major eſt gravitas, quam in ſemidiametro aequatoris C O. Poſita itaque Hermanni hypotheſi, patebit, juxta eam triangulum rectilineum K O C eſſe locum terreſtrium gravitatum. Quare trapezium K O B F aequabit triangulum L O C. At in eo trapezio triangulum F I K tantillum eſt, ſi cum toto trapezio comparetur. Itaque contemni ſine ullo errore ſenſibili poteſt. Supererit itaque, ut antea, rectangulum I O B F aequale triangulo L O C. Unde habetur eadem prorſus analogia. Et ſi etiam exiguum errorem ab omiſſo triangulo F I K, corrigere velis, ſeu ſi problema accurate reſolvere jubeas, eſto quaeſita B O $= x$. Semidiameter C B $= S$. B F, ſeu gravitas in puncto B $= G$. Vis perturbatrix B E $= u$.

Erues 1.° C B : C O = B E : O L, ſeu $S : S + x = u : \frac{(S + x)u}{S}$ = O L. Erues 2.° CB : CO = B F : O K, ſeu $S : S + x = G : \frac{(S + x)G}{S}$ = O K. Erues 3.° triangulum F B C $= \frac{1}{2} S G$. Erues 4.° triangulum K O C $= \frac{1}{2} (S + x) X \frac{(S + x)G}{S}$. Unde fiet quadrilaterum K O B F $= \frac{1}{2} (S + x) X \frac{(S + x)G}{S} - \frac{1}{2} S G$. At triangulum L O C $= \frac{1}{2} (S + x) \frac{(S + x)u}{S}$. Unde fiet aequatio $\frac{1}{2} (S + x) X \frac{(S + x)G}{S} - \frac{1}{2} S G = \frac{1}{2} (S + x) X \frac{(S + x)u}{S}$. Unde facili negotio eruitur valor ipſius $x$, qui aequalis evadet $\sqrt{\frac{S^2 G}{G - u}} - S$, qui ſane ſenſibiliter



Digitized by Google

biliter non differt a valore prioris hyotheſis. Atque, ut alter exiguus error caveatur, recta B F corrigenda eſt relate ad actualem aequatoris gravitatem. Nam adhibita antea fuit media primitiva gravitas. Si itaque problema hoc juxta rei veritatem reſolvere velis, ſatis erit minuere vim gravitatis in ratione penduli terreſtris medii primitivi ad pendulum actuale aequatoris. At pendulum medium primitivum eſt linearum pariſienſium 441. 136, atque pendulum actuale aequatoris a Bouguerio omnimode redactum eſt 439. 210. Quare reperietur gravitas terreſtris actualis aequatoris eſſe ad vim perturbatricem ut 1881748259: 97. Hiſce elementis adhibitis, provenit aquarum elevatio in aequatore ped. pariſienſium 0. 50763.

## *SCHOLION.*

§. XVII. EUlerus idem problema ſolvens (1) vim ſolis elevantem reperit ped. 0. 5072; atque inde Newtonum, ac newtonianos accuſat, quod erronea problematis ſolutione uſi, multo maiorem vim ſolarem definiverint. At vereor maxime, ne quem paralogiſmum ipſe in Newtono accuſat, ipſe idem non ſemel, ſed bis committat. Nam aut Eulerus in duplici eiusdem problematis ſolutione putat, ſe hypotheſes newtonianae gravitatis adhibere, & in ea re mirum in modum decipitur; aut cenſet hypotheſes diverſas a newtoniana gravitate tractare, & nihil eſt, cur de diſſenſu ſui problematis a newtoniano miretur. Nihil, cur erroneas newtonianorum intumeſcentias redarguat. In diverſis enim gravitatum terreſtrium hypotheſibus diverſae intumeſcentiae ſupputantur, atque una intumeſcentia non modo dupla, ſed tripla, aut quadrupla, aut quacumque ratione multipla alia intumeſcentia ſupputari poterit. Cum itaque Eulerus ſuum problema cum newtonianorum problemate comparet, neceſſe eſt ipſum de newtoniana gravitatis hypotheſi cogitaſſe. Atque eam hypotheſim in viribus lunae, ſoliſque definiendis aperte ſequitur; verum in terreſtri gravitate adhibenda, a qua potiſſimum menſura intumeſcentiae pendet, a newtoniana gravitate aberrat ita, ut in prima ſolutione galilaeanam gravitatem adhibeat, in altera vero gravitatem Hermanni,

Il-

(1) Vid. eius inquiſit. phyſicam in cauſam fluxus, & refluxus.

Digitized by Google

licet id nec affirmet, nec fortaſſe animadverterit. Nam prima eius problematis ſolutio eo redit. Toto cap. II. per formulas determinat vires puncti alicuius M, quod ſit in telluris ſuperficie (vide eius ſchema); quodque ſolis, vel lunae viribus ſollicitetur tam verſus telluris centrum, quam verſus lineam, quae ſit lineae centrali perpendicularis (1): Formulis ad hanc rem conſtitutis, cap. III. quaerit terreſtrem figuram, quam vires tum ☉, tum ☾ telluri conciliare conantur. Id autem, ut obtineat, comparat vires ſolis, aut lunae cum vi gravitatis terreſtris. *Praeter has vero vires, inquit,* (2) *punctum M gravitate naturali deorſum pellitur vi = a ſecundum directionem MC.* Quibus in verbis duo animadvertenda ſunt, primo directionem illam MC eſſe centralem; quare Eulerus adhibet gravitatem primitivam centralem, quod in newtoniana gravitate falſum eſt, ut omnes norunt. Secundo, cum punctum M ſit indeterminatum, cumque gravitas naturalis eius puncti ponatur = 1, patet Eulerum adhibere gravitatem ſuperficialem primitivam conſtantem, quod iterum non newtonianae, ſed galilaeanae gravitati cohoeret. Denique, hiſce praemiſſis, curvam quaerit ex perpendiculorum lege, juxta quam gravitas particularum internarum telluris eſt prorſus indifferens, neque nova haec hypotheſis de internarum particularum gravitate problema eulerianum afficit. Quare res demum eo redit, ut Eulerus vel nolens problema reſolvat in hypotheſi galilaeana. Nihil ergo mirum, ſi euleriana intumeſcentia cum galilaeana tam belle conſentiat. Nihil mirum ſi Euleri intumeſcentia tantopere diſcrepet a newtoniana. Diſcrepant enim maxime terreſtris gravitatis hypotheſes. Reſoluto per legem perpendiculorum problemate, illud Eulerus recudit ex lege canalium centralium aequiponderantium (3). Atque hoc loco iterum in gravitatem centralem cadit, quae cum Newtono non conſentit. Poſita in terrae viſceribus diſtantia elementi $Mm$ indeterminata $= z$, gravitatem terreſtrem facit ut $z^n$, videlicet in ratione diſtantiae ad quamlibet dignitatem $n$ elavatae. Terreſtrem ſemidiametrum primitivam facit = 1. Semidiametrum a perturbatione virium externarum acquiſi-

 tam

(1) Conſule totum cap. II. ſuae Inquiſitionis.

(2) Conſule §. 34.

(3) Conſule §. 42.

tam $= b$. Statuto pondere columnae alicuius terreſtris indeterminatae, cum directione ☾, & ☼ angulum indeterminatum conſtituentis, eam aequalem facit conatui, quo columna aequalis ſemid. terrae $= 1$ in ſtatu naturali a ſola gravitate deorſum nititur, quae vis ponitur $= \frac{1}{n+1}$. Quare in qualibet telluris ſemidiametro generaliter ponit gravitatem primitivam internam in ratione ſuae diſtantiae a centro, aut diſtantiae dignitatis. Id etiam falſum eſt in newtoniana gravitate. Nam in una ſemidiametro ex. gr. aequatoris gravitates internae ſunt ſane ut diſtantiae, at gravitates in ſemidiametro aequatoris ad eamdem a centro diſtantiam non ſunt aequales gravitatibus aliarum ſemidiametrorum. Gravitas, quae generaliter ſit in ratione diſtantiarum, eſt hypotheſis Hermanni, non vero Newtoni. Quamobrem, cum Eulerus gravitates internas telluris faciat generaliter proportionales diſtantiis, aut earum dignitatibus, problema ſolvit revera in hypotheſi gravitatis Hermanni. Cum vero excentricitas terreſtris in hac hypotheſi ferme aequalis ſit excentricitati in hypotheſi galilaeana ſupputatae, nihil mirum eſt, ſi, aliquibus fractionibus in utroque problemate contemptis, eadem curva Eulero proveniat, tam in prima, quam in ſecunda ſolutione. Ex his itaque colligimus, doctiſſimum virum, quem maxime veneror, aliquid humani eſſe paſſum, neque jure merito hac in re newtonianos accuſare; cum ipſe problema ſolvat in hypotheſi gravitatis terreſtris, aut galilaeanae, aut hermannianae; quae ſane multo minores fert intumeſcentias, quam hypotheſis newtonianae gravitatis patiatur. Rogo eruditiſſimum virum, ut veniam concedat, ſi quid contra eius problemata propoſui. Id enim & modeſte feci, & neceſſitate compulſus; ne eius ſcilicet auctoritas, quae ſane apud doctos magna eſt, meis hiſce propoſitionibus, atque intumeſcentiarum computis, in quibus omnem diligentiam adhibui, aliquid immerito detraheret.

### *Tertia hypotheſis newtoniana de attractione mutua.*

§. XVIII. PRo hac hypotheſi demonſtravit doctiſſimus Clairaut, quod ſi vis centrifuga dicatur $= \varphi$, axium differentia eſt aequalis $\frac{5}{4}\varphi + \frac{5}{224}\varphi^2$ &c. ita ut in ſolo

ſolo primo termino $\frac{5}{4}\varphi$ vix error ullus ſenſibilis ineſse poſſit (1). At enim vis ſolis ☉ aut ☾ perturbatrix tractari poteſt ut vis centrifuga. Itaque ad habendam in ea hypotheſi intumeſcentiam, ſatis erit fractionem exprimentem vim perturbatricem per fractionem $\frac{5}{4}$ multiplicare. At ea fractio ex dictis §. XVI. eſt $\frac{97}{188174825 9}$. Itaque axium differentia ex viribus ☉ orta erit $= \frac{5}{4} \times \frac{97}{1881748259}$. Aſſumamus 1.° ſemidiametrum aequatoris Bouguerianam (2), quae eſt pedum pariſienſium 19686078, inſtituamuſque hanc analogiam; ut 75169941 16 : 485 = 19686078 ad quartum, qui exponet intumeſcentiam virium ſolarium attollentium pedis pariſini 1. 26846. Aſſumamus iterum ſemidiametrum aequatoris Caſſinianam pedum pariſ. 19679298 (3), atque menſuram virium elevantium priori ſenſibiliter aequalem reperiemus, ſeu pedum 1. 26802. At enim ex depreſſione fluidi addenda eſt ſemiſſis intumeſcentiae. Itaque differentia, ſeu ſumma virium ſolarium fiet pedum pariſ. 1. 90269, ſive pedis unius, pollicum 10, linearum 10 proxime. Unde conſtat primo, quam erronea ſit euleriana elevatio. 2.° quam proxima ſit elevatio ſupputata newtonianae virium intumeſcentiae, quae ipſi evaſit ped. 1, poll. 11. cum octava parte digiti. Non enim maius eſt diſcrimen lineis $3\frac{1}{2}$ ferme. At etiam aſſumendo ſemidiametrum aequatoris juxta newtonianam hypotheſim accuratiorem, habebitur vis ſolis newtonianae proximior. At diſcrimen non tantum eſt, ut de eo ſolliciti eſſe poſſimus. In eamdem menſuram conſpirant Daniel Bernoullius (4), ac Mac-Laurinus (5), quorum alter eam ſupputavit ped. 1. pol. 11. $\frac{1}{4}$, alter vero ped. 1, poll. 10, + $\frac{86}{100}$.

C O-

(1) *Theorie de la terre* pag. 192. edit. pariſ. 1743.

(2) *Fig. de la terre* ſect. VI. pag. 305.

(3) Vide Caſſini de Thury *la meridienne de Pariſ.* pag. 144.

(4) Traite ſur le reflux, & reflux de la mer n. XV. remarque.

(5) *De cauſa phyſica fluxus, & refluxu maris*, prop. V.

## COROLLARIUM I.

§. XIX. Ex hactenus dictis conſtat, quod ſi omnia impedimenta removeantur, maxima intumeſcentia contingat in partibus ſoli, aut ☾ ſubiectis, aut ipſi adverſis; at maxima detumeſcentia ad aequilibrii reſtitutionem neceſſaria eveniat in regionibus ſolem, aut lunam in horizonte reſpicientibus. Conſtat etiam, quod maxima intumeſcentia in BO ſit, ubi ſol, & ☾ in eadem linea CS coniunguntur, ſive in noviluniis; at intumeſcentia minima contingat, cum luna quidem in vertice puncti B, ſol autem in eiusdem horizonte verſetur. Si itaque aliquo loco maximae intumeſcentiae, ac minimae diligenter obſerventur, atque menſura deſumatur ab una maris depreſſione, quae ſane continget, ubi duo luminaria in horizonte loci verſentur, ex ipſa obſervatione ratio virium ſolarium, atque lunarium accuratius determinabitur. Nam intumeſcentia maxima ſummae virium, minima vero differentiae virium aequalis erit. Itaque cum eae vires ubique terrarum eodem in loco ſint proportionales, aſſumere poterimus diligentes, longaſque obſervationes ad portum gratiae vulgo *Avre de Grace* juſſu regalis academiae pariſienſis inſtitutas a D. Bocagio. Inſtituta itaque ſumma omnium intumeſcentiarum maximarum in ſyzygiis obſervatarum, eaque per numerum obſervationum diviſa, invenio mediam intumeſcentiam ſyzygiarum eſſe pedum pariſ. 16, pol. 4. At mediam intumeſcentiam quadraturarum eſſe pedum pariſ. 10, pol. 6 (1). Erit itaque ſumma virium ad earundem differentiam ut 196 pol. ad 126 pol. Ponamus itaque vires lunares vocari $V$, ſolares vero $u$. Fiet ut $V + u : V - u = 196 : 126$. Unde habebitur $V : u = 322 : 70$, ſive ut $4.60 : 1$. Majorem itaque rationem habebit vis lunae ad vim ſolis ea, quae ſupra adhibita fuit ut 1984 : 458, ſive ut 4.23 : 1. Ex eo admonemur, vim ☾ abſolutam eſſe majorem ea, quae ex ratione voluminum oritur. Adhibita hac nova proportione, atque retenta vi ſolis aquas attollente, quae in hac hypotheſi ſupputata fuit, evadet vis lunaris aquas attollens, ac deprimens ex defluxu pedum eorumdem pariſienſium 8. 7538.

(1) Conſule eas obſervationes ad annum 1710. t. 2. ejusdem Acad.

Digitized by Google

7538. Additis viribus ſolaribus analogis 1, 9026, fiet ſumma virium attollentium, & ex defluxu deprimentium pedum 10. 6564.

## COROLLARIUM II.

§. XX. Cum ex dictis tam vires ſolis perturbatrices, quam etiam vires centrifugae terreſtres a rotatione oriundae per triangulum repraeſententur, idque ſine ullo ſenſibili errore, cum etiam per triangulum ZCF, aut PCK exponatur diminutio ponderis ex maiori telluris compreſſione in canali BC genita, inde profecto demonſtratur, intumeſcentiam terreſtris aequatoris a viribus centrifugis rotationis genitam eſſe proportionalem intumeſcentiae ortae ex viribus ſolis perturbatricibus. Unde methodus newtoniana ab Eulero immerito falſitatis accuſata evidentiſſime defenditur.

## COROLLARIUM III.

§. XXI. Cum in eadem hypotheſi, atque etiam in aliis ferme omnibus vires perturbatrices ad vires centrifugas rotationis eam habeant rationem, quam intumeſcentiae ex iis viribus genitae, inde profecto fiet, ut cum utraeque vires omnino conſpirent, quod ſane contingit cum luminaria prope aequatoris terreſtris planum verſantur, intumeſcentiae maritimae ex hoc titolo ſint maximae. Cum vero vires perturbatrices angulum maximum conſtituunt cum viribus centrifugis, tunc intumeſcentiae aequatoris ex hoc etiam titulo minimae erunt. Menſurae intumeſcentiarum ex hoc capite ſequuntur rationem ſinuum complementi latitudinum terreſtrium, aut declinationum coeleſtium. Sive, ita erit, coeteris paribus, intumeſcentia ad aequatorem luminaribus in eius plano conſtitutis, ad intumeſcentiam ſub quavis luminarium declinatione, ut eſt ſinus totus ad ſinum anguli, qui ſit complementum declinationis datae. Sol in maxima ſua declinatione diſtat ab aequatore 23.° 28.′ cuius complementum eſt 66.° 32′, cuius ſinus eſt partium 91729. Quare erit

erit ex hoc capite intumeſcentia maxima ad minimam ut 100000 : 91729. Luna habere poteſt declinationem maximam 28.° 32′, cuius complementum eſt 61.° 25.′ Itaque ex hoc capite fiet intumeſcentia maxima ad minimam ut 100000: 87853. Haec eſt peculiaris ratio, cur luminaribus in aequatoris planum delatis intumeſcentia augeri debeat non modo ſub terreſtri aequatore, verum etiam aliis in locis plurimis ab aequatore remotis.

## *Quarta hypotheſis de gravitate centrali decreſcente in terrae viſceribus in directa ratione alicuius dignitatis diſtantiarum a centro, at in terrae ſuperficie in ratione reciproca alicuius alterius dignitatis earumdem diſtantiarum.*

§. XXII. HYpotheſes gravitatis hactenus allatae, aut falſae omnino ſunt, aut magnas difficultates patiuntur. Falſas eſſe judico hypotheſes duas Galilaei ſcilicet, atque Hermanni, quorum alter conſtantem adhibet gravitatem, alter vero eam ponit generaliter proportionalem diſtantiis a centro, neque multum in iis hypotheſibus confutandis laborandum cenſeo; cum nullum, aut fermo nullum hodierno die aſſeclam habeant; contra vero newtoniana hypotheſis mutuae attractionis particularum, nec paucos, nec mediocres oſtentat ſectatores. Nam tam eſt ingenioſa, tamque parum a veritate diſtat, ut pleriſque noſtri ſoeculi mathematicis arriſerit. Verum in aliquibus a veritate certe diſtare in meis de figura telluris lectionibus oſtenſum a me fuiſſe arbitror, atque in diſſertatione de *gravitatis cauſa* clarius, niſi fallor, oſtendetur. Sed aliam hypotheſim in citatis lectionibus attuli, quam video eſſe veriſimiliorem, de gravitate ſcilicet centrali, quae in terrae viſceribus decreſcat in directa ratione alicuius dignitatis diſtantiarum a centro, at in ſuperficie in ratione reciproca alterius dignitatis ab eodem centro, atque dignitates omnes expendendo tam pro gravitate ſuperficiali, quam pro gravitate interna telluris,

tan-

Digitized by Google

tandem reperi, quod ſi gravitas ſuperficialis primitiva ſiat in ratione reciproca ſubduplicata diſtantiarum a centro, gravitas vero interna in ratione directa diſtantiarum ad dignitates $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ elevatarum, talis inde graduum terreſtrium magnitudo, talis etiam pendulorum longitudo proveniat, qualis ad rite repraeſentandas obſervationes poſtulatur; quod neſcio, an aliis gravitatum hypotheſibus contigit. Quare operae proetium erit eam hypotheſim in graviſſima hac quaeſtione de maris aeſtu adhibere. Iam vero ad computandam in hac hypotheſi marium elevationem adhibendam judico formulam ſatis expeditam, quam in telluris figura a viribus centrifugis oriunda in geographicis lectionibus adhibui. Sit igitur gravitas actualis aequatoris $= G$, atque vis perturbatrix ſolaris $= 1$. In eo caſu erit $G = 19399466$. Iam vero ſit $\frac{1}{p} =$ exponenti dignitatis in gravitate partium internarum telluris. Sit denique $x =$ ſemidiametro aequatoris poſt intumeſcentiam in hypotheſi, quod eius differentia a priori ſit $= 1$. Erit ex demonſtratis in ea lectione $x = \frac{G\,p}{p+1}$. Sit igitur primo exponens dignitatis $= \frac{1}{6}$ ſeu $p = 6$, erit $x = \frac{6\,G}{7}$. Quare ſemidiameter acquiſita per intumeſcentiam erit ad ſemidiametrum primitivam ut 16628113 ad 16628112. Quare ſemidiameter aequatoris erit ad intumeſcentiam ut 1662813 ad 1. Ea vero ſemidiameter ex dictis ponitur ped. pariſ. 19686078. Erit igitur intumeſcentia ex viribus ſolaribus oriunda in hoc caſu pedum pariſ. 1. 183. Addatur vero eiusdem ſemiſſis 0. 5915. Et erit intumeſcentia totalis ex viribus ☉ orta pedum 1. 7745. Verum ex allata proportione erit intumeſcentia totalis ex lunae viribus oriunda ped. pariſ. 8. 1627. Quare ſumma virium totalium a ☉, & ☾, genitarum erit ped. 9. 9372.

§. XXIII. Fiat 2.° exponens dignitatis $= \frac{1}{5}$ & erit $x = \frac{5\,G}{6}$. Quare fiet ſemidiameter aequatoris ad intumeſcentiam ut 16166222 : 1. Unde poſita iterum ſemidiametro aequatoris ped. pariſ. 19686078, proveniet intumeſcentia ex viribus



Digitized by Google

ribus ☉ attollentibus pedum pariſienſium 1. 217. Addatur eius ſemiſſis 0. 6085, & erit intumeſcentia totalis ex viribus ☉ ped. 1. 8255, & ex proportione intumeſcentia totalis ex ☾ viribus genita erit ped. 8. 3973. Quare intumeſcentia totalis ex viribus ☾, & ☉ coniunctim erit ped. 10. 2228.

§. XXIV. Sit 3.° exponens dignitatis $\frac{1}{4}$, & erit $x = \frac{4G}{5}$. Quare fiet ſemidiameter aequatoris ad eiusdem intumeſcentiam ex viribus ☉ in hoc caſu, ut 15519575 : 1. Poſita autem de more ſemidiametro aequatoris in pedibus pariſinis reperietur intumeſcentia ex ☉ viribus pedum 1. 268. Addatur eius ſemiſſis 0. 634, eritque intumeſcentia totalis ex ☉ viribus genita pedum 1. 902. Ex proportione intumeſcentia totalis ex ☾ viribus erit pedum 8. 7492. Quare intumeſcentia totalis ex ☾, & ☉ viribus genita erit pedum 10. 6512.

§. XXV. Sit denique expones dignitatis $= \frac{1}{3}$, & erit $x = \frac{3G}{4}$. Quare fiet ſemidiameter aequatoris ad eiusdem intumeſcentiam ex viribus ☉ in hoc caſu, ut 14549599 : 1. Quare adhibita ſemidiametro aequatoris in pedibus pariſinis, fiet intumeſcentia ex viribus ☉ pedum 1. 353. Addatur eius ſemiſſis pedum 0. 6765. Fiet intumeſcentia totalis ex ☉ viribus genita ped. 2. 0295. Ex allata proportione erit intumeſcentia ☾ totalis ped. 9. 3357. Unde erit pro hoc caſu intumeſcentia totalis ex ☾, & ☉ viribus ped. 11. 3652. Iam vero, ſi quis conſideret intumeſcentias maritimas in hac hypotheſi gravitatis genitas juxta diverſos diſtantiarum exponentes, animadvertet pro dignitate $= \frac{1}{4}$ eamdem ferme intumeſcentiam provenire, quam in ſua attractionum hypotheſi longe diverſis principiis Newtonus ſupputaverat. At pro dignitatibus $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{5}$ intumeſcentias tantillo minores ſupputari. Contra pro dignitate $\frac{1}{3}$ intumeſcentias maiores ſenſibiliter iis, quas a Newtono habemus. Quare, ſi hactenus hypotheſis newtoniana aeſtuum phoenomenis ſatis ſuperque idonea eſt habita, non video cur idem de mea gravitatis hypotheſi non liceat affirmare? Quare cenſeo hypotheſim hanc explicandis aeſtuum maritimorum intumeſcentiis peropportunam. Si quis autem

Digitized by Google

autem cauſam phyſicam huius gravitatis poſtulet, ſciat idem, cauſam hanc, ſi non certiſſimam, certe probabilem non deeſſe, eam vero alio loco declarandam, ubi de cauſa gravitatis agendum erit. Coeterum cum newtoniana hypotheſis, atque mea mirum in modum in dimenſione intumeſcentiae conſpirare videantur, liceat in poſterum una, aut altera hypotheſi indifferenter uti.

## PROPOSITIO V.

*Determinare terreſtris figurae mutationem ex viribus ſolaribus oriundam in hypotheſi newtoniana, atque in noſtra.*

§. XXVI. Ponamus (fig. III.) HBMD eſſe aequatoris planum, atque novam figuram ex ſolis viribus ortam fieri HOMG, ponendo ſcilicet nunc ad aequilibrium reſtituendum novas aquas affundi, adeoque axem HM eiusdem magnitudinis perſeverare, quod licet falſum ſit, tamen inde nihil determinatio novae figurae immutatur. Quod de plano aequatoris, idem de eiusdem parallelis, atque idem etiam de meridianis ſine errore ſenſibili aſſeri poteſt. Aſſumatur punctum quodlibet N novae figurae, atque ab eo ducantur ſemiordinatae NT, N*o*. Conſtruatur autem figura triangularis KOG prorſus ut in ſuperiori propoſitione, atque producatur N*o*, donec concurrat in *l*, *p*, *k* cum lineis LC, PC, KC. A puncto N ducatur perpendicularis NR ad curvae arculum in N, ſive ad tangentem puncti N. Recta linea NT in utraque hypotheſi, aut accurate, ut in newtoniana, aut proxime, ut in mea, repraeſentabit gravitationem puncti N axem verſus. Similiter in utraque hypotheſi triangulum QSC exponet gravitationem primitivam puncti *b* verſus axem, atque triangulum *l*C*p* gravitationem actualem puncti eiusdem poſt virium ☉ acceſſionem. At triangulum *l*C*p* aequat triangulum QSC, triangulum vero LCP aequat triangulum FBC. Et triangulorum aequalium baſes ſunt reciproce, ut altitudines; erit itaque *lp*: SQ = CS: C*o*, ſive *lp*: SQ = T*b*: TN. Similiter LP: FB = CB: CO. Sed LP: FB = *lp*: SQ, ut facile eſt demonſtrare. Quare fiet CB:

 CO

CO = T$b$: TN, quae quidem eſt ellipſeos proprietas. Quare in newtoniana hypotheſi, atque in mea, curva quam mare induit ex viribus ſolaribus eſt elliptica, aut accurate, aut proxime.

## SCHOLION.

§. XXVII. IN lectione IV. circa telluris figuram demonſtratum a me fuit, quam figuram tellus induat ex virium centrifugarum acceſſione, adeoque, ſi quis accuratam, geometricamque eius figurae in mea hypotheſi deſcriptionem deſideret, illam lectionem conſulat, neceſſe eſt. Nunc autem eam curvam ellipſi proximam affirmavi, non in omni ſignificatione, ſed tantummodo relate ad maris intumeſcentias in eadem hypotheſi in quacumque data latitudine inveniendas. Coeterum non ſum neſcius, eam figuram pro ellipſi ſumi non poſſe, ubi gradus aliquis meridiani (aut quid ſimile) ſupputandus proponatur. Sunt nonnulli uſus in geographia, in quibus unius pro altera figura acceptio nullum errorem ſenſibilem parit, ut in re noſtra. Sunt vero alii, in quibus error excreſcit, atque evadit ſatis notabilis, ſi ſua curva non utamur.

## COROLLARIUM I.

§. XXVIII. INventa figura telluris, quam generant novae vires ☉, aut ☾, pronum eſt pro qualibet data latitudine intumeſcentiam determinare. Sit enim BHDM meridiani planum, atque punctum $b$ ſit punctum datum. Mutata figura, intumeſcentia eius puncti perpendiculariter ſumpta, erit linea $r$N quae ſupputatur inſtituendo duas analogias. Fiat itaque 1.°, ut CO : TN = BO : $b$N, atque $b$N erit intumeſcentia in paralleli plano definita. Cum lineola $br$ tanquam recta, & ad RN perpendicularis aſſumi poſſit, cumque angulus N$br$ ſit complementum latitudinis loci, inſtituatur haec altera analogia. Ut ſinus totus ad ſinum complementi latitudinis, ita $b$N, ſeu intumeſcentia loci in parallelo computata, ad quartum terminum N$r$, qui profecto in-

Digitized by Google

intumeſcentiam loci *b* repraeſentabit. At enim ſine errore ſumi poteſt OC : NT, ut ſinus totus ad ſinum complementi latitudinis. Cum itaque OB : *b*N ſit in ratione compoſita ex OC : NT, & ex N*b* : N*r*, atque eae proportiones ſint ferme aequales, erit BO : *b*N in ratione duplicata ſinus totalis ad ſinum complementi latitudinis, ſeu intumeſcentia ad aequatorem eſt ad intumeſcentiam dati loci, ut quadratum ſinus totalis ad quadratum ſinus complementi latitudinis. Atque ita facillimum erit intumeſcentias in datis locis determinare.

## *COROLLARIUM II.*

§. XXIX. **A**C pro ſole quidem tam pro locis ipſi ſubiectis, quam pro adverſis eadem ferme eſt ſupputatio, verum non ita eſt, cum de luna agitur. Cum enim pro luna intumeſcentia BO loci in aequatore ſubiecti ſenſibiliter maior ſit intumeſcentia DG loci oppoſiti, intumeſcentia non eodem modo pro utroque hemiſphaerio definiri poteſt. Vera huius problematis ſolutio pendet a figura telluris, quam ex ☾ viribus induit, quam peculiari problemate inveſtigabo. Nunc autem, ſi concipiamus ſemiellipſim HOM maioris excentricitatis, atque alteram HGM minoris, ita ut BO : DG ſit in ratione 33 : 29, atque coetera fiant ut antea, obtinebitur pro datis locis intumeſcentia ex ☾ viribus orta. Poterimus etiam mediam quamdam intumeſcentiam inter BO, & DG aſſumere, quae ſit partium 31, atque ita ſine magno errore intumeſcentiam lunarem pro dato loco ſupputare, quemadmodum pro ☉ factum eſt, ſive locus ſit lunae ſubiectus, ſive in parte adverſa conſtitutus. Generaliter itaque de intumeſcentiis ita affirmare poterimus. Intumeſcentiae punctorum a puncto ſubiecto O in aequatore diſtantium, ſive ea puncta ſint in meridiano, ſive in ipſo aequatore, ſive in plano alio quocumque intermedio, ſunt ut quadrata ſinuum diſtantiarum ab horizonte, diſtantiarum videlicet aut ☉, aut ☾ ab horizonte loci. Quod ſi punctum O non ſit in aequatore, ſed extra, idem theorema valebit praeterpropter pro locis quibuſcumque. Ac, ſi coetera eſſent paria, ſine ulla exceptione

ne theorema idem eſſet pro locis quibuſcumque ; verum paria non ſunt, ut videbimus.

# PROPOSITIO VI.

*Motum marium horizontalem ex viribus ☉, & ☾ perturbatricibus oriundum explicare.*

§. XXX. Ad explicationem Phoenomenorum, quae quidem, & multa, & difficillima ſunt, ubi de aeſtu marium reciproco agitur, maximopere facit motus maritimi horizontalis cognitio, qui motus ab iisdem viribus perturbatricibus ortum ducit. Cum enim punctum quodvis maritimum $b$ (fig. III.) in plano aequatoris, aut paralleli vi perturbatrice S$s$ ſecundum directionem $b$N cieatur, cumque vis totalis $b$N reſoluta ſit in duas partiales $br$, $r$N, quarum poſterior intumeſcentiam verticalem marium repraeſentat, reſtabit vis $br$, quae quidem inutilis non eſt, neque ab ulla reſiſtentia ſupprimitur, ſed agit in aquas maritimas, illas ciendo ad motum horizontalem ſecundum lineam $br$. Eſt autem $b$N : $br$, ut ſinus totus ad ſinum arcus $b$B, at N$r$ : $br$ eſt, ut ſinus complementi CS ad ſinum eiusdem arcus. Quare pro quolibet puncto maritimo $b$, erit 1.° intumeſcentia iuxta planum paralleli ad niſum maris horizontalem, ut ſinus totus ad ſinum diſtantiae a meridiano; erit 2.° intumeſcentia verticalis ad niſum eumdem maris, ut ſinus complementi diſtantiae a meridiano ad ſinum diſtantiae eiusdem, & haec erit niſuum maris horizontalium theoria. Quod ſi caſus peculiares conſiderare velimus, poterimus primo definire punctum in tellure, in quo niſus iſte eſt maximus.

Fiat enim CS $= x$, & ſemidiameter telluris $= s$. Erit S$b = \sqrt{s^2 - x^2}$. At niſus $br$ erit in ratione vis perturbatricis S$s$, quae quidem eſt ut CS, atque in ratione ſinus diſtantiae a meridiano, qui erit $= \sqrt{s^2 - x^2}$. Quare momentum maris horizontale erit, ut $x\sqrt{s^2 - x^2}$. Ponamus

ali-

aliquam inconſtantem $y$, quae momentum idem repraeſentet. Fit $x\sqrt{s^2 - x^2} = y$. Differentiando fiet $\frac{s^2 dx - 2x^2 dx}{\sqrt{s^2 - x^2}}$ $= dy$. Unde tandem factis reductionibus habebitur $x = \sqrt{\frac{1}{2} s^2}$. Quare niſus erit maximus, ubi CS, aut T$b$ aequalis ſit partibus 1071 ſemidiametri. Tunc autem arcus H$b$ erit 45.° Quamobrem tunc erit maximum marium momentum ad motum horizontalem concipiendum. Deinde patebit nullum eſſe motum horizontalem in H, & B. Nam in H, $x = 0$. Quare totus niſus $= 0$. In puncto autem B, $\sqrt{s^2 - x^2}$ $= 0$. Itaque deficiet etiam omnis niſus in eo puncto. Tertio, cum eadem ratio valeat pro altero arcu BM, & pro arcubus MD, HD, conſequitur inde, quatuor eſſe puncta in toto circulo aequatoris, aut quolibet aequatoris parallelo, in quibus niſus horizontalis eſt maximus, eaque puncta diſtare a punctis B, & D 45.° Quarto intelligimus, ex iisdem viribus perturbatricibus in quatuor aequatoris, & parallelorum quadrantibus motum maris oriri debere verſus puncta B, & D. Inde profecto non modo commodior explicatio aliquorum phoenomenorum aeſtus reciproci, verum etiam declaratio aliarum obſervationum ad euripos pertinentium planior redditur. Motus hic marium a pleriſque phyſicis, qui hanc quaeſtionem pertractarunt, praetermiſſus eſt. Quare nihil mirum, ſi in aliquibus phoenomenis hoeſerint.

## *COROLLARIUM I.*

§. XXI. Ex motu maris horizontali a momento $br$ genito, aliqua elevatio in recta verticali $r$N oriri poterit, ſi obſtaculum aliquod contra eiusdem motum obiiciatur. Maior fiet ex hoc capite elevatio, ſi undae maritimae in littora incurrentes ad latera refluere non poſſint ob littorum concavitates, minor vero, ſi ob littorum, tum figuram, tum etiam exiguitatem facili negotio ſeſe poſſint lateraliter diffundere, quemadmodum in parvis inſulis continget.

Quod

Digitized by Google

Quod quidem certiſſimum eſt, atque experimentis obviis poterit confirmari. Si enim aquae venienti diverſa obſtacula opponas, diverſae ſcilicet figurae, diverſaeque magnitudinis, videbis aquarum intumeſcentiam diverſiſſimam obſervari. Si opponas ſiphonem normaliter recurvum, ita ut uno brachio directionem aquae reſpiciat, altero verticaliter ſupra fluidum erigatur, videbis ex Pitoti obſervationibus tantum ſupra libellam intra brachium verticale fluidum elevari, quantum corpus liberum deſcendere deberet ad acquirendam eam aquae velocitatem, qua in tubum incurrit. Si obſtacula concava obiicias ex concavitate creſcet aquarum coacervatio, at ſi rectilinea, aut convexa, parum intumeſcentiae obſervabitur. Iam vero littora tam varia ſunt, quam eſſe poſſunt. Itaque ex eorum diverſa figura, magnitudine, poſitione, diverſae contingent ex motu maris horizontali intumeſcentiae.

## COROLLARIUM II.

§. XXXII. Ponamus aliquod littus adeſſe, quod in motu maris horizontali recipiendo imitetur accurate ſiphonis inflexi actionem poſitionemque: ponamus etiam maris momentum ita liberum eſſe, ut linea tota horizontalis $br$ in verticalem converti poſſit. Quare tunc intumeſcentia aequalis erit duobus momentis; ſive intumeſcentia erit in ratione compoſita ex $Nr$, & $br$. At vero $Nr$ eſt ut quadratum ſinus complementi diſtantiae a meridiano (per prop. V. cor. I.), & $br$ eſt, ut ſinus ipſe diſtantiae. Quare intumeſcentia fiet ut $x^2 \sqrt{s^2 - x^2}$. Quo in caſu illud omnino mirum, atque inexpectatum continget, quod multa eſſe poſſint extra aequatorem puncta, atque ab eo multum diſſita, in quibus intumeſcentia compoſita ex momento verticali, & horizontali poſſit eſſe etiam maior, quam ſit in ipſo aequatore. Reperietur etiam per methodum differentialem punctum aliquod maximae compoſitae intumeſcentiae, quod ſubductis calculis contingit in parallelo, in quo $x = \sqrt{\frac{2}{3} s^2}$. Id autem continget, ubi arcus $Hb$ ſit 41.° 48′.

Qua-

Digitized by Google

 204

Quare, ſi omnes conditiones confluerent, maxima intumeſcentia non in puncto B, ſed ad diſtantiam 48.° 42′. contingeret.

## *COROLLARIUM III.*

§. XXXIII. At, ſi maxima intumeſcentia ibi conſtituatur, ubi ſumma duarum linearum $br + rN$ eſt maxima, reperietur punctum maris pertinere ad $x$ aequalem $\frac{s}{\sqrt{2}}$, quod punctum non multum differt a priori. Erit enim T$b$ partium 7071 proxime, quibus reſpondet arcus 45°. adeoque eius differentia a meridiano fiet 45°. Verum ob marium reſiſtentias, atque ob continuum decrementum niſus horizontalis hinc inde a puncto niſus maximi, niſus $br$ non totum effectum prodere poteſt, ſed effectum aliquem ſubmultiplum effectus totius. Per ſequens corollarium definietur punctum intumeſcentiae maximae pro dato caſu.

## *COROLLARIUM IV.*

§.XXXIV. Ponamus non aſſumi debere totam $br$, ſed eius partem quamcumque $\frac{1}{n}$. In hypotheſi antecedentis corollarii reperietur $x = \frac{n^2}{\sqrt{n^4+1}}$. Quare ſupponamus effectum aequalem eſſe $\frac{1}{2}\, br$, ſive $n = 2$.

Reperietur $x = \frac{4}{\sqrt{17}}\,s$. Sive $x = 0.9708$, cui reſpondet arcus H$b$ graduum 76,° 8′. Adeoque diſtantia a meridiano, ad quam maxima intumeſcentia pertinget, erit 13°. 52′. Eodem pacto puncti diſtantia in alia quacumque hypotheſi determinabitur ex generali formula. Vides, quam propius ad punctum B maxima intumeſcentia acceſſerit ex hypotheſi niſus horizontalis ſubdupli. Geometrice loquendo in qualibet hypotheſi, extra meridianum intumeſcentia maxima continget.



Digitized by Google

Semper enim $n^2$ minor erit $\sqrt{n^4+1}$, utcumque ad ipſam accedat.

## *COROLLARIUM V.*

§. XXXV. INtumeſcentia ipſa ex motu horizontali aquarum oriunda ex alio etiam capite creſcit, decreſcitque, ex minori ſcilicet, maiorique luminarium declinatione. Quod, ut rite concipiatur, ponamus eamdem figuram meridiani planum repraeſentare, in eaque concipiamus punctum N ad terreſtrem tropicum pertinere. Triangulum N C T ſupra axem H M revolvatur, ſuaque revolutione generabitur conus, cuius apex eſt C. Superficies curva huius coni in infinitum producta concipiatur, donec concurrat cum luminaris centro, quod fiet, ubi declinatio luminaris aequalis eſt diſtantiae tropici ab aequatore. Motus maris in eo tropico oritur a vi perturbatrice per eam ſuperficiem ſemper directa. Quare tunc aſcenſus aquae ex motu horizontali oriundus maxime omnium directioni gravitatis opponitur. Quare, caeteris paribus, erit omnium minimus. At luminaribus per planum aequatoris tranſeuntibus vis perturbatrix horizontalis relate ad aſcenſum aquae verticalem minime omnium directioni gravitatis opponitur. Quare tunc, caeteris paribus, aſcenſus aquae maritimae horizontali motu labentes, ita verticaliter aſcendent, ac ſi linea illa verticalis inclinata eſſet reſpectu vis perturbatricis. Inde itaque conſequitur, intumeſcentiam aquarum ex motu horizontali genitam, nunquam, caeteris paribus, eſſe maiorem, quam luminaribus in aequatore conſtitutis, nunquam eſſe minorem, quam luminaribus ad ſuos reſpectivos tropicos delatis.



Digitized by Google

# PROPOSITIO VII.

*Rationem virium perturbatricum, aut maritimarum intumeſcentiarum ex viribus ☉, & ☾ in diverſis telluris diſtantiis determinare.*

§. XXXVI. Diſtantia indeterminata CS (fig. I.) dicatur $= x$. Semidiameter terreſtris $= s$. Vis acceleratrix centri erit ut $\frac{1}{x^2}$ ex hypotheſi, aut, ſi eam vim per lineam quampiam repraeſentare velis, ea vis erit ut $\frac{a^3}{x^2}$ ponendo pro $a$ conſtantem quamcumque. Ad habendam vim acceleratricem puncti B fiat, ut $(x-s)^2 : x^2 = \frac{a^3}{x^2} : \frac{a^3}{(x-s)^2}$, quae erit vis acceleratrix puncti B. Differentia earum virium erit vis perturbatrix, quae quidem aequalis erit $\frac{a^3}{(x-s)^2} - \frac{a^3}{x^2}$. Redactis terminis ad eumdem denominatorem, erit vis perturbatrix ut $\frac{a^3x^2 - a^3(x-s)^2}{x^2(x-s)^2}$; Sive ut $\frac{a^3x^2 - a^3x^2 - a^3s^2 + 2a^3sx}{x^4 + x^2s^2 - 2x^3s}$, ſive, ut $\frac{2a^3sx - a^3s^2}{x^4 + x^2s^2 - 2x^3s}$.

At $a^3s^2$ tenuiſſimus eſt reſpectu $2a^3sx$ ob $x$ enormiter magnam reſpectu $s$, & ex eadem ratione duo termini $x^2s^2 - 2x^3s$ contemni ſine magno errore poſſunt reſpectu $x^4$. Unde fiet vis perturbatrix proxime ut $\frac{2a^3sx}{x^4}$, ſive ut $\frac{a^3s}{x^3}$. Unde fiet hoc theorema. Vires ☉ aut ☾ per-



Digitized by Google

perturbatrices terreſtris ſuperficiei ſunt in ratione triplicata diſtantiarum reciproce, ſive ſunt ut cubi diſtantiarum proxime. Coeterum, ſi quis de exiguis etiam differentiis ſollicitus eſſe velit, obtinebit vires perturbatrices ut $\frac{2a^3 sx - a^3 s^2}{x^2 (x - s)^2}$.

At ramus hyperbolicus G$b$N ut linea recta ſine errore ſenſibili pro ſole aſſumi poteſt, & intumeſcentiae ſequuntur rationem trianguli GNE, & triangula eiusdem altitudinis ſunt, ut baſes, & baſis GE eſt vis perturbatrix. Quare intumeſcentiae ſolares erunt ſatis accurate, ut diſtantiarum cubi reciproce. At, ſi pro luna media quaedam menſura pro parte oppoſita, atque ſubiecta aſſumatur, poterit idem theorema valere ſine magno errore.

## COROLLARIUM I.

§. XXXVII. POnatur jam terreſtris orbitae excentricitas partium 163, quarum radius, ſeu media diſtantia eſt 10000. Erit, ut $10163^3 : 10000^3 = 1. 902$ ad quartum, qui quidem erit pedum pariſienſium 1. 811. Et haec erit maris intumeſcentia totalis pro ſole commorante in apogaeo.

Fiat deinde, ut $9837^3 : 10000^3 = 1. 906$ ad quartum, qui quidem erit pedum pariſienſium 1. 998. Et haec erit maris intumeſcentia totalis pro ſole perigaeo in mea gravitatis hypotheſi.

## COROLLARIUM II.

§. XXXVIII. LUnaris orbitae excentricitas ex caſſinianis tabulis eruitur partium 654, quarum media diſtantia continet 10000. Quare erit, ut $10654^3 : 10000^3 = 8. 7492$ ad quartum terminum exhibentem intumeſcentiam totalem pedum paris: 7. 2348 pro ☾ apogaea in mea terreſtris gravitatis hypotheſi.

Fiat deinde ut $9346^3 : 10000^3 = 8. 7492$ ad quartum ter-

Digitized by Google

terminum exhibentem ☾ perigaeae intumeſcentiam totalem pedum paris. 10. 7174 in eadem gravitatis hypotheſi.

## *COROLLARIUM III.*

§. XXXIX. INde profecto intelligitur, cur intumeſcentiae tam ſenſibiliter creſcant, ☾ ad telluris centrum accedente, tam vero decreſcant, ea recedente. Nam intumeſcentiae lunares, caeteris paribus, ſunt ut cubi lunaris diſtantiae a telluris centro reciproce. Intelligitur etiam, cur hoc incrementum in ſolaribus viribus ſit ita tenue, ut non ſine difficultate dignoſci poſſit. Nam 1.° vis ſolis perturbatrix eſt multo minor vi lunae perturbatrice. 2.° orbitae lunaris excentricitas eſt quadrupla excentricitatis orbitae terreſtris circa ſolem. Ex hiſce rationibus fit, ut differentia intumeſcentiarum inter maximam, minimamque diſtantiam pro ſole evadat ped. 0. 187, pro ☾ vero pedum 3. 4826. Haec poſtrema, ut vides, novemdecies maior eſt differentia ſolari. Eulerus in ſua *inquiſitione phyſica* §. 41 excentricitatem lunaris orbitae adhibet partium 550, quae videtur minor vera.

## PROPOSITIO VIII.

*Deſcribere curvam marium, quam Lunae vires perturbatrices ob earum irregularitatem inducunt.*

§. XL. PRoblema hoc, quod in tota ſua amplitudine difficillimum eſt, atque tironum vires omnino ſuperat, ita reſtringendum putavi, ut ex ea limitatione facillimum eavadat, atque praecipua curvae maritimae ex ☾ viribus ortae irregularitas deſcribatur. Multa enim ſunt, quae pro ☾ ſolutionem problematis diverſam faciant, atque etiam implicatiſſimam. Nam pro ☉ duae rectae CB, AF, (fig. IV.) in ſolis centro concurrentes, ut parallelae haberi poterant, quod pro immenſa ſolis a terra diſtantia, atque pro telluris exiguitate reſpectu eius diſtantiae ſine ullo errore ad-

admitti poterat. At pro ☾ non item. Nam ſemidiameter terreſtris ad terreſtrem ſa ☾ diſtantiam tam ſenſibilem proportionem obtinet, ut nonniſi cum aliquo ſenſibili errore, ut parallelae in quocumque ſemidiametri CH puncto haberi poſſint. Ex eodem capite oritur novum diſcrimen, quod ſcilicet duo puncta M, H pro ſole, eiusque exigua parallaxi haberi poſſint, ut in circulo telluris maximo, eoque reſpectu ☉ horizontali, conſtituta. Contra vero pro ☾ duo puncta, in quae cadit tangens lunaris in circulo maximo ſine ſenſibili errore conſtitui nequeunt. Omitto alia, quae tum diſcrimen inducunt, tum etiam difficultatem mirum in modum exaugent. At enim cum maximum omnium diſcrimen in eo ſitum ſit, quod vires ſolares perturbatrices in aequali diſtantia a puncto C tam in ſemidiametro ſuperiori CB, quam in inferiori CD ſumptae, ut aequales haberi poſſint, quod ſane pro ☾ ſine magno errore fieri omnino nequit, cumque reipſa omnes aliae irregularitates reſpectu iſtius ſint omnino parvae, problema hoc ita reſolvendum putavi, ut inaequalitas omnis in figura terreſtri ex hoc titulo genita deſcribatur, reliquae autem omittantur. Ita profecto, & facilitati, & huius quaeſtionis praecipuis rationibus conſulendum putavi. Caeterum, ſi quis ampliorem ſolutionem poſtulet, conſulat viros doctiſſimos, quos toties nominavi Mac-Laurinum, Danielem Bernoullium, Fulerum, a quibus tamen nonnihil etiam deſiderabis.

Itaque ſit HBMD aequatoris planum, jaceatque ☾ L in eiusdem producta ſemidiametro CL. Sumpta linea CN, ut in prop. I. factum eſt, deſcribatur hyperbola Aſymptotica ſecundi ordinis KOIN*i*, quae per punctum N tranſeat, atque indefinite extendatur. Praecipua curvae irregularitas ab elliptica, aut prope elliptica figura oritur maxime ex eo, quod ramus hyperbolicus in terram incurrens pro linea recta haberi non poſſit. Quare, ductis perpendicularibus, a punctis B, D ramum hunc in punctis I, *i* ſecantibus, ductaque a puncto N recta utrinque extenſa EN*e* ad BD parallela, habebuntur duo triangula mixtilinea NEI, N*ei*, quorum quadratura geometrice obtineri poteſt. Nam huius hyperbolae talis eſt natura, ut rectangulum ex IB $\times$ BL aequale ſit ſpatio interminato hyperbolico IBS*s*; ſimiliter rectangulum ex NC $\times$ CL aequabit ſpatium interminatum NCS*s*.

Ita-

Itaque eorum rectangulorum differentia aequalis ſpatio hyperbolico I B C N, a quo, ſi demas rectangulum ex N C X C B, ſupererit in terminis finitis ſpatium trianguli mixtilinei I N E. Non diſſimili contructione obtinebis ſpatium alterius trianguli *N e i*; niſi quod in eo non rectangulum a ſpatio hyperbolico, ſed ſpatium hyperbolicum a rectangulo C*e* detrahi debet. Idem dicendum de aliis punctis quibuscumque, deque aliis triangulis mixtilineis Q P N, *q p* N. At enim triangula haec mixtilinea virium perturbatricum ſummas repraeſentant (per prop. II., eiusque corollariis), atque vires iſtae perturbatrices haberi poſſunt, ut vires centrifugae (per prop. IV.). Quare triangulum mixtilineam I N E vires centrifugas totius canalis B C, aliud autem triangulum Q P N vires centrifugas in canali circuli paralleli A F rite exponet. Idem dicendum de aliis duobus canalibus inferioribus C D, A *f*, quorum vires centrifugae per parallelorum planum agentes, erunt, ut duo triangula mixtilinea *N e i*, N *p q*. Quamobrem ad reſtituendum aequilibrium columnarum per haſce vires centrifugas amiſſum, fiat B*g* : F N = triangulum mixtilineum I E N, ad triangulum Q P N, atque ita determinabitur punctum N, aut aliud quodcumque *n* pertinens ad curvam marium praecipuam irregularitatem complectentem. Quod petebatur.

## *COROLLARIUM I.*

§. XLI. Hinc intelligitur duas rectas B*g*, DG, ſive duas intumeſcentias punctorum lunae ſubiectorum, atque punctorum oppoſitorum ſequi rationem duorum triangulorum mixtilineorum I E N, *i e* N. Rurſus curvam ſuperiorem H*g*M eſſe maioris excentricitatis reſpectu inferioris H G M. Praeterea nemo non videt, ex ipſa conſtructione facillimum eſſe, aequationem analyticam eruere, quae naturam eius curvae complectatur, quaeque, ſi rite evolvatur, omnes eius curvae proprietates manifeſtare poſſit. Verum cum hae proprietates quaeſtionis noſtrae elucidationem non magnopere juvent, ab iis definiendis abſtinebo.



Digitized by Google

## COROLLARIUM II.

§. XLII. Hic locus poſtulat, ut proportionem duarum intumeſcentiarum B*g*, DG, quae ex prop. III. erui non poterat, deducamus. Ibi enim, non ſoluto adhuc problemate, a viribus perturbatricibus punctorum oppoſitorum B, D, virium ſummas eruere non licebat. Neque enim poteram eas ſummas ponere in ratione rectarum EI, *ei*. Cum enim illa duo triangula rectilinea non ſint, ſed mixtilinea, rectilineum ſub baſi IE, & altitudine EN, majus erit triangulo curvilineo IEN; contra vero rectilineum ſub *ei*, & *e* N minus erit triangulo mixtilineo *ei* N. Inde, ſubductis rationibus, multo minor proveniet intumeſcentiarum differentia, quam ſub illa hypotheſi fieri poſſet. Ex eius hyperbolae quadratura proportio eſt proximè ut 13 : 12$\frac{1}{2}$

## PROPOSITIO IX.

*Vires Solis, aut Lunae ad mare immediate deprimendum determinare.*

§. XLIII. Hactenus marium depreſſionem, non ex immediatis luminarium viribus, ſed ex affluxu marium uno loco, qui in alio defluxum neceſſario generat, deduxi, atque vires immediate deprimentes in hunc locum de induſtria reieci. Nunc autem locus eſt, ubi de iis viribus, earumque effectibus agere potero, atque demum definire, ſi quam novam detumeſcentiam pariant vires iſtae. Newtonus, aliique ferme omnes de iſtis viribus vix dubitarunt, atque earum effectum in depreſſione aquarum conſtituere. Verum vires iſtas adeſſe, atque agere, nec ipſe dubito, at earum effectum in depreſſione aquarum eſſe poſitum, vehementer dubito. Res quemadmodum ſeſe habeat, ex ſequentibus patebit. Itaque ſit (fig. V.) CH telluris ſemidiameter, fiatque CH ad H*s* ut gravitas corporum terreſtrium ad vim ☉, aut ☾ acceleratricem; ponaturque H*s* ita, ut centrum ☾ aut ☉ S reſpiciat. Quare punctum H feretur duabus viribus *s*H, HC tempore eodem. Deſcribatur parallelogram-

mum

mum $s$ R C H, & illius diagonalis H R exponet tam directionem, quam magnitudinem vis compoſitae, qua feretur punctum H. Ducatur C $s$, quae haberi poteſt, ut aequalis diagonali HR ob exiguam ſolis parallaxim. Ante virium compoſitionem A C exprimebat vim puncti H, poſt compoſitionem additur lineola A $s$. Quare lineola A $s$ repraeſentabit virium acceſſionem ex compoſitione oriundam. Cum $s$ H haberi poſſit ut tangens, erit $s$ H aequale rectangulo ex A $s$ X $s$ Z. Itaque vis accedens puncto H ex virium compoſitione, ſeu vis deprimens, aut augens gravitatem erit tertia proportionalis poſt diametrum telluris, atque vim acceleratricem eius centri. Eſt autem quamproxime S C : C H = H $s$ : $s$ A. Quare fiet vis acceleratrix centri ad vim ☉, aut ſeq deprimentem, ut diſtantia terrae a ſole ad terreſtrem ſemidiametrum. Eſt vero G B : N C = $CS^2$ $BS^2$. Quare dividendo fiet G E : N C = $CS^2 - BS^2 : BS^2$. At $CS^2 = CB^2 + BS^2 + 2 CB \times BS$, & $CB^2$ eſt quantitas contemnenda reſpectu aliarum duarum. Quare fiet G E : N C = $2 CB \times BS : BS^2$, ſive G B : N C = 2 C B : B S, ſeu quamproxime, ut terreſtris diameter ad diſtantiam telluris a centro, aut, ut terreſtris ſemidiameter ad dimidiam terrae a ſole diſtantiam. At erat vis perturbatrix deprimens punctum H, ad vim acceleratricem centri terreſtris, ut ſemidiameter terreſtris ad telluris a ☉ diſtantiam. Unde fiet, ut vis perturbatrix deprimens punctum horizontale H, ad vim ☉ elevantem puncti B, ſit proxime ut 1 : 2, ſeu, ut vis deprimens ſubdupla ſit vi elevante. Si itaque aſſumatur H $g = \frac{1}{2}$ GE determinabitur vis quaeſita.

## *COROLLARIUM I.*

§. XLIV. Videamus nunc, quid canali centrali H C contingere debeat ex iſtarum virium acceſſione. Dico nullum effectum depreſſionis ex ea acceſſione ſequi poſſe. Nam ex una parte gravitas particularum in eo canali contentarum augebitur in ratione linearum C H, H R. At ex alia parte, cum directio ex virium compoſitione immutetur, niſus particularum minuetur in ratione linearum H R, H C. Quare mo-

momentum ſingularum particularum poſt acceſſionem virium ☉, & ☾, erit in ratione directa lineae HR, & reciproca eiusdem lineae; ſive erit conſtans. Unde ſit, ut, cum tantumdem deprimi debeat columna centralis HC ex virium deprimentium acceſſione, quantum ex directionis mutatione debeat elevari, eius columnae longitudo nihil immutari debeat ad aequilibrium praeſtandum; adeoque licet vires deprimentes aliquam actionem eliciant, haec actio non in fluidi depreſſione, ſed in eiusdem preſſione contra canalis latera exerceri tota debeat. Atque haec fuit cauſa, cur in praecedentibus propoſitionibus virium deprimentium menſuram omiſerim, atque eius loco eam adhibuerim depreſſionem, quae ex affluxu neceſſario conſequitur. Cumque haec etiam depreſſio ſubdupla inveniatur elevationis, ut de viribus deprimentibus reſpectu elevantium oſtenſum eſt, inde omnino factum eſt, ut in eamdem virium totalium menſuram deventum ſit, quo Newtonus ex viribus deprimentibus, quae ſane hoc loco effectum depreſſionis non edunt, pervenerat.

## *COROLLARIUM II.*

§. XLV. Quod de punctis horizontalibus H, M oſtenſum eſt, idem omnino oſtenditur de ☾ in punctis quadraturarum verſante. Nam vires ſolis perturbatrices in ☾ agentes exaugent quidem eius gravitatem, at gravitatis directionem ita immutant, ut, ſi iterum gravitas ☾ ad telluris centrum referri debeat, eiusdem omnino magnitudinis reperiatur. Quantum enim lunari in terram gravitati accedit ex actione ſolis, tantum deinde minui debet ad centrum reſtituendum. Non bene itaque Newtonus vires ☾ perturbatrices deprimentes, ad vires perturbatrices deprimentes maria referre videtur. Nam vires ☾ ſupputatae ſunt nullo habito reſpectu ad centri mutationem, at vires marium ex centri mutatione ſupputari etiam debent. Agimus enim de canalis HC depreſſione, in qua non modo gravitatis augmentum, verum etiam eiusdem directio conſiderari debet diligentiſſime. At, ea conſiderata, vidimus nullam intereſſe canalis depreſſionem.

Ita-

Digitized by Google

Itaque, conſideratis iis omnibus, quae problema comitantur, neque valet analogia a viribus ☾ perturbatricibus gravitatem augentibus, ad vires marium perturbatrices deprimentes; neque, ſi quis valere contendat, ita valebunt, ut ullam pariant marium depreſſionem.

## PROPOSITIO X.

*Data elevatione marium ex viribus ☉, aut ☾ perturbatricibus genita, depreſſionem determinare ex ea elevatione derivatam.*

§. XLVI. POſui in antecedentibus propoſitionibus depreſſionem ab elevatione manantem ſubduplam eſſe elevationis ipſius, nunc autem locus eſt determinandi eam depreſſionem accuratius, quae profecto oritur ex manente marium quantitate. Cum enim maria in BO (fig. VI.) ex viribus elevantibus turgeſcant, neque novum fluidum affundatur, neceſſe eſt, ut alicubi, ac praeſertim in H mare idem deturgeſcat. Sit ante intumeſcentiam BHDM aequatoris planum, ſitque poſt eamdem ONRC planum ellipſeos ab intumeſcentia genitae. Dabitur punctum aliquod N, in quo quadrans aequatoris BNH, cum quadrante elliptico ONR concurrit. Concipiamus plana haec duo circumvolvi. Ex revolutione quadrantis BNH orietur hemiſphaerium, ex revolutione quadrantis elliptici gignetur ſemiſphaerois. Baſis primi ſolidi erit circulus H*m*M*m*, baſis vero ſecundi erit alter interior circulus R*s*S*s*. Eius revolutionis aſſumatur pars quaelibet exigua, ſive eius angulus exiguus quilibet NOG, ſive NBG. In parallelo N*nnn*, deſcribatur arcus NG, atque in circulo maximo ſimilis arcus H*b*. Atque inde orientur ſolida duo, quorum alterum eſt ONGBO, alterum vero NH*b*G*r*RN. Ut conſervetur eadem marium quantitas ſolida haec duo aequalia inter ſeſe erunt. Solidum autem primum ONGBO haberi poteſt ſine errore ſenſibili, ut ſolidum rectlineum priſmaticum, cuius baſis ſit triangulum rectilineum, in quo tria latera aequant tres arcus GB, NB, NG, altitudo vero ſit BO. Similiter alterum ſolidum haberi poterit, ut cuneus re-

rectilineus, in quo baſis ſit figura rectificata H $b r$ R, latitudo apicis ſit N G, at altitudo ſit ipſe arcus H N; idque ſine errore ſenſibili. Immo, cum angulus ad verticem O fieri poſſit pro libito, talis poni poterit, ut fiat H R = H $b$. Tunc baſis H $b r$ R poni poterit aequalis H R², & reliqua, ut antea. Ex ea aequalitate determinari poterit linea H $r$. Verum multo facilius ea determinatur ex cubatura ſphaerae ſemidiametro C B deſcriptae, atque ex cubatura ſphaeroidis, cuius ſemiaxis maior ſit C O, minor autem C R. Nam, ſi ſemidiameter ſphaerae dicatur = $a$. Si C O = $A$, & C R = $b$, ex aequalitate duorum ſolidorum orietur haec aequatio $a^3 = b^2 A$. Quare ſi $A$ fiat $= a + c$, erit $a^3 = (a + c)\, b^2$. Unde fiet $a + c : a = a^2 : b^2$. At ſi fiat $b = a - x$, ſeu ſi H $r$ dicatur $x$, habebitur $a + c : a = a^2 : a^2 + x^2 - 2ax$. At $x^2$ contemni poteſt reſpectu aliarum quantitatum. Quare fiet $a + c : a = a^2 : a^2 - 2ax$, ſive $a + c : a = a : a - 2x$. Unde fiet aequatio $a^2 = (a - 2x)(a + c)$, ſive $a^2 = a^2 + ac - 2ax - 2cx$. Sive $(2a + 2c)\, x = ac$. Unde fiet demum $x = \frac{ac}{2a + 2c}$. At iterum $2c$ contemni poteſt reſpectu $2a$. Quare habebimus proxime $x = \frac{ac}{2a} = \frac{1}{2} c$, ſive habebimus detumeſcentiam H $r$ ex affluxu aquarum in B O oriundam eſſe ipſius B O ſemiſſim quamproxime. Quod petebatur.

## PROPOSITIO XI.

*Iisdem datis, punctum N communis interſectionis, ſeu punctum, in quo nulla eſt maris, nec intumeſcentia, nec detumeſcentia determinare.*

§. XLVII. Si circuli N B M D ſemidiameter dicatur $a$, erit ſemiaxis maior C O $= a + c$, minor autem C R $= a - \frac{1}{2} c$ (ex prop. antecedente). Aequatio ad circulum abſciſſis a puncto C computatis eſt $y^2 = a^2 - x^2$.

Aequatio ad ellipſim abſciſſis ſimiliter computatis eſt

ex

Digitized by Google

ex elementis conicorum $y^2 = (a - \frac{1}{2}c)^2 - \frac{(a - \frac{1}{2}c)^2 x^2}{(a+c)^2}$

At in caſu problematis N E $= y$ eſt communis. Quare erit $y^2 = y^2$. Quare $a^2 - x^2 = (a - \frac{1}{2}c)^2 - \frac{(a - \frac{1}{2}c)^2 x^2}{(a+c)^2}$.

Quae quidem aequatio, ſi rite evolvatur, redigaturque, dabit tandem $x^2 = \frac{ac(a+c)^2}{\frac{3}{4}c^2 + 3ac}$.

Atque $x$, ſeu C E $= \sqrt{\frac{ac(a+c)^2}{\frac{3}{4}c^2 + 3ac}}$. Quod petebatur.

Appoſitis numeris, contemptisque exiguis fractionibus, reperio C E partium 0. 5774, quarum radius eſt 1.0000. Quare arcus H N, cuius eae partes ſunt ſinus, fiet 35°. 16′. Et eius complementum B N, aut B $n$ erit 54°. 44′. Cum punctum N habeatur in quatuor circuli quadrantibus, ſequitur, puncta quatuor maritima adeſſe, quae quidem diſtant 54°. 44′. a punctis B, D, in quibus maris altitudo, aut depreſſio nulla eſt. Ab iis punctis uſque ad B, aut D, mare turgeſcit, ab iisdem vero usque ad H, aut M, mare deturgeſcit.

## *S C H O L I O N.*

§. XLVIII. Si valor ipſius $x$ expeditiſſime deduci velit, poterimus in eadem formula contemnere, tam $\frac{3}{4}c^2$, quam $c$ in $(a+c)^2$. Unde fiet $x = \sqrt{\frac{a^2 c}{3ac}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$. At $\sqrt{3} = 1\ 735$. Quare fiet $x = \frac{100000}{173500} = 0.\ 57640$, atque arcus huic ſinui reſpondens eſt 35°. 12′, aberrans 4′. tantummodo ab arcu diligentius computato. Quare ſine errore notabili poni poteſt $x = \frac{a}{\sqrt{3}}$, quae expreſſio ſane eſt ſimpliciſſima.

PRO-

Digitized by Google

## PROPOSITIO XII.

*Data utriuſque luminaris poſitione determinare 1°, eorum poſitionem reſpectu meridiani tempore maximae intumeſcentiae, 2°. eiusdem intumeſcentiae magnitudinem, 3°. tempus, quo intumeſcentia eadem dato loco contingit.*

§. XLIX. HActenus luminarium vires ad mare attollendum ita conſideravimus, ac ſi ſeparatim agerent in maria, ac modo ſol, modo ☾ intumeſcentiam gigneret; nunc autem eorum actionem coniungemus. Si ſola ☾ ageret in locum B (fig VII.) ſane omittendo vim inertiae, ac marium diverſimodas reſiſtentias, intumeſcentia maxima contingeret in ipſo ☾ tranſitu per meridianum loci B. Idem de ſole aſſerendum. Tunc intumeſcentia alterutrius ea eſſet, quam ſuperioribus propoſitionibus computavi. Quare, ſi luminaria coniungantur, aut opponantur, theoria nihil mutabitur. Fiet enim totalis intumeſcentia in tranſitu ſimultaneo luminarium per meridianum loci, atque ea aequalis erit ſummae intumeſcentiarum ſingularum. Verum hic caſus in ipſis tantummodo ſyzygiis contingit, immo contingere nequit adamuſſim, niſi ſyzygia in ipſo tranſitu per meridianum celebretur, quod raro admodum uſuvenire ſolet, immo accurate fere nunquam. Communiſſimus, atque quotidianus eſt alter caſus, in quo luminaribus in aſcenſione recta dato quolibet angulo ex. gr. SCL diſtantibus, atque iuxta expoſitum mecaniſmum agentibus, intumeſcentia maxima in aliquo inſtanti obſervari debet, quod inſtans profecto, neque eſt tranſitus ſolis per loci meridianum, neque tranſitus lunae, ſed incidit in quoddam tempus intermedium magis proximum appulſui ☾ ad meridianum, quam appulſui ſolis ob maiores vires lunares perturbatrices. Determinanda itaque eſt diſtantia utriusque luminaris a loci meridiano, cum intumeſcentia celebratur. Sit videlicet SCL angulus, quem luminaria faciunt, ſeu aſcenſionum rectarum differentia; determinandus eſt angulus RCB, & conſequenter SCB, quem planetae directio facit cum meridiano loci. Rurſus determinanda eſt ipſa intumeſcen-

tia,

Digitized by Google

tia, quae profecto pro anguli incremento, ſemper minor eſt ſumma intumeſcentiarum totalium. Cum enim neutrum luminare ſit in plano meridiani, ubi intumeſcentia contingit, ea minor erit duplici ex cauſa, ſcilicet propter diſtantiam ☉, atque propter ☾ diſtantiam a meridiano. Cum denique tempus intumeſcentiae appulſum alterutrius luminaris praeveniat, alterius vero conſequatur, maximi intereſt tempus ipſum accurate definire. Atque haec, quae proponuntur, tum graviſſima ſunt, tum difficillima; graviſſima quidem, quia meliora, atque admirabiliora phoenomena ab eo problemate pendent, difficillima vero, quia, ſi rem geometrice tractare velis, ad methodum *de maximis*, *& minimis* confugere neceſſe erit. Si enim rem rite conſideres, nihil aliud quaerimus, niſi maximam luminarium actionem in data diſtantia poſitorum. At actio luminarium ſequitur quadratum ſinus complementi anguli RCB, aut vero SCB (per cor. I., & II. prop. V.). Quare mechanicum hoc problema incidit in problema geometricum, quod eſt huiusmodi.

§. L. Sit angulus quidam datus, atque conſtans SCL, cuius duo latera CS, CL, ſint in ratione data, quae ratio in caſu noſtro ea eſt, quam habent vires perturbatrices ſolis, & lunae. Sit alia linea immobilis BC alteri HK perpendiculariter inſiſtens, circa quam angulus datus ita oſcillare poteſt, ut eius latera cum fixa CB diverſas poſitiones conſtituant. Radio CS deſcribatur ſemicirculus, atque a punctis S, R ducantur ad lineam immobilem perpendiculares duae SA, RN. Fiat, ut quadratum radii CR ad quadratum lineae NC, quae eſt ſinus anguli NRC, ita CL ad quartum terminum, & ſimiliter fiat $CS^2$, ad $CA^2$, ita eadem CS vim ☉ repraeſentans, ad quartum terminum. Iam vero quaeritur talis duorum laterum poſitio, ſub qua ii duo termini ſimul ſumpti ſint *quid maximum*. Sit igitur ſinus totalis $= t$. CS repraeſentans ſolis vim $= 1$. CL repraeſentans vim ☾ perturbatricem $= V$. Sinus anguli dati SCL $= s$. Eiusdem complementum $= c$. Linea CN, quae eſt ſinus anguli NRC $= x$. Eius anguli complementum BCR eſt diſtantia ☾ a meridiano in momento actionis maximae, ſive aeſtus reciproci.

Erit 1.° actio ☾ ad attollendum mare in BO $= Vx^2$.

Erit

Erit 2°. linea NR $= \sqrt{t^2 - x^2}$, 3°, ſi SA extendatur in M, & a puncto S ducatur SP ad CL normalis, orietur triangulum rectangulum SPM ſimile triangulo CNR. Cum ſit SP aequalis ſinui anguli dati SCL, erit ea linea $= s$. Fiet igitur CN: NR = SP: PM, ſeu $x : s = \sqrt{t^2 - x^2} : \frac{s}{x}\sqrt{s^2 - x^2}$, qui eſt valor lineae PM. Erit 4°. CP $= c$, quare CM $= c + \frac{s}{x}\sqrt{t^2 - x^2}$. Erit 5°. CR : CN = CM : CA, ſive $t : x = c + \frac{s}{x}\sqrt{t^2 - x^2} : \frac{cx}{t} + \frac{s}{t}\sqrt{t^2 - x^2}$

= CA. Cuius quadratum erit $\frac{(c^2 - s^2)x^2}{t^2} + s^2$

$+ \frac{2cx}{t}\sqrt{s^2 - \frac{s^2x^2}{t^2}}$. Summa igitur actionum ☾, & ☼ fiet

$Vx^2 + \frac{(c^2 - s^2)x^2}{t^2} + s^2 + \frac{2cx}{t}\sqrt{s^2 - \frac{s^2x^2}{t^2}}$. Brevitatis gratia fiat $V + \frac{(c^2 - s^2)}{t^2} = B$, aut $\frac{Vt^2 + c^2 - s^2}{t^2} = B$.

Et erit maximum illud aequale $Bx^2 + s^2 + \frac{2cx}{t}\sqrt{s^2 - \frac{s^2x^2}{t^2}}$

Differentiando formulam, habemus

$$2Bx\,dx + \frac{2cs^2x\,dx : t - 4cx^3\,dx : t^3}{\sqrt{s^2x^2 - \frac{s^2x^4}{t^2}}}$$. Si itaque haec formula redigatur ad communem denominatorem, ſi fiat $dx = 0$, atque peragantur, quae ad eam reducendam peragenda ſunt, poſt duarum radicum extractionem, fiet

demum $x = \sqrt{\frac{1}{2}t^2 \pm \sqrt{\frac{1}{4}t^4 - \frac{c^2s^2t^4}{4c^2s^2 + (5.6t^2 - 2s^2)^2}}}$

Ho-

Digitized by Google

Horum duorum valorum, ut patet, ſumendus eſt is, qui in ſecunda radice habet ſignum poſitivum. Atque haec eſt formula generalis, qua obtinetur valor $x$, ſeu ſinus anguli CRN, cuius complementum eſt angulus quaeſitus BCR. Quod erat primum.

Ad intumeſcentiam actualem BO obtinendam fiant duae analogiae. Scilicet 1°, ut quadratum ſinus totius, ad quadratum ſinus inventi $x$, ita intumeſcentia totalis ☾, ad quartum, qui exhibebit intumeſcentiam actualem ſub lunari poſitione reperta. Deinde, cum habeatur angulus elongationis SCL, eius differentia ab angulo reperto BCR dabit angulum SCA, cuius complementum innoteſcet. Quare fiat haec altera Analogia. Ut ſinus totalis quadratum, ad quadratum ſinus anguli CSA, ita vis ☉ totalis, ad quartum, qui exhibebit vim ſolis actualem. Summa duarum virium actualium ſuppeditabit actualem intumeſcentiam, quae ſecundo poſtulabatur.

Tertium. Angulus quaeſitus BCR convertatur in tempus medium, quod aeſtus accelerationem, aut retardationem exhibebit. Quod ultimo quaerebatur.

## *COROLLARIUM I.*

§. LI. SI iam quaeramus, quid contingat, ubi luminaria ſyzygias celebrant, in eo caſu fiet $s = o$. Quare in formula terminus $\dfrac{c^2 s^2 t^4}{4c^2 s^2 + (5.6t^2 - 2s^2)^2}$ evaneſcit.

Supererit igitur $x = \sqrt{\tfrac{1}{2}t^2 + \sqrt{\tfrac{1}{4}t^4}} = t$; ut defacto eſſe debet. Si deinde ex eadem formula quaeramus caſum quadraturae, in quo $s = t$, & $c = o$, animadvertemus, eumdem omnino terminum pro quadratura evaneſcere. Quare in quadraturis iterum $x = t$, ſeu intumeſcentia maxima in ipſo ☾ appulſu ad meridianum continget.



Digitized by Google

## COROLLARIUM II.

§. LII. Maxima aeſtus acceleratio continget, ubi idem terminus evadet quid maximum, tunc enim x evadet quid minimum, adeoque eius complementum evadet maximum. Cum vero in ea formula valor s haberi poſſit per c, aut contra, ſi alterutrius litterae valor, ut variabilis ponatur, ſubinde formula differentietur, ac de more redigatur, habebitur angulus elongationis ☾, & ☉, ſub quo maxima fiet aeſtuum retardatio. Hic autem angulus eſt proxime graduum 50. Quare maxima acceleratio cadet circa diem quartum ☾ a ſyzygiis, retardatio vero circa diem quartum a quadraturis. Quare ex virium lunarium, atque ſolarium conſpiratione acceleratio aeſtus a die ſyzygiarum, uſque ad diem ab iis quartum creſcit, ſubinde a die quarto uſque ad alterutram quadraturam decreſcit; a quadratura ad quartum diem retardatio eſt maxima, ab eo die, uſque ad novam ſyzygiam retardatio decreſcit, donec in ſyzygia aeſtus, reſiſtentiis ſemotis, in ipſa ☾ culminatione contingat. Ex eadem formula ſupputata eſt tabula prima aeſtuum, in qua prima columna exponit angulum elongationis ☾ a ☉ in aſcenſione recta ad ſingulos decem gradus. Secunda exhibet tempus accelerationis, aut retardationis aeſtuum ex angulo conveniens, reſpectu tranſitus lunaris per meridianum. In tertia exhibetur intumeſcentia ex ☉ viribus. In quinta intumeſcentia ex lunae viribus. In quinta demum intumeſcentia actualis, quae ex utraque componitur.

## SCHOLION I.

§. LIII. Non ignoro magnam eſſe diſſenſionem inter tabulam hanc, atque ſimilem tabulam a doctiſſimo viro Daniele Bernoullio ſupputatam in ea diſſertatione, quae ab Academia Pariſienſi proemio donata fuit. Nihil enim eſt, in quo hae duo tabulae non diſſideant. Diſſident in maxima acceleratione, quae juxta Bernoullium cadit in angulo luminarium 60°; at juxta meam tabulam in angulo 50°.

Diſ-

Diſſident in ipſius maximae accelerationis menſura, quae juxta Bernoullium eſt 40 $\frac{5}{2}$ minutorum, at juxta meam ad 17 minuta non aſſurgit. Diſſident denique in accelerationibus ſingulis. Nam ex cauſa acceleratio debita angulo luminarium 10° eſt juxta Bernoullium 11 $\frac{1}{2}$ minutorum, at juxta meam tabulam 4′ (1). Verum, cum res haec non auctoritate, quae in Bernoullio magna eſt, in me autem nulla, ſed potius ratione, & demonſtrationibus decernenda ſit, doctiſſimos geometras rogo, ut rationes ipſas, ac formulas rite perpendant. Et quoniam maximum harum tabularum diſcrimen oritur a ratione virium ſolarium, atque lunarium, quae quidem ratio a Bernoullio, diſſentientibus omnibus, ponitur, ut 2 : 5, a me vero ut 1 : 4. 6, conſentiente Newtono, (2) aliiſque ſummis viris, illud praeſertim deprecor, ut ratio haec perpendatur. Nam obſervationes plurimae, quas conſulere potui, rationem ſane exhibent a Bernoulliana longe diſſentientem. At obſervatio Domini Thouroudi ad Sanctum Maclovium habita, neſcio, an ita a Bernoullio intellecta ſit, quemadmodum intelligi, aut poteſt, aut debet. Haec enim ſunt obſervatoris verba. *Dans les grandiſſimes marées la mer s' eleve de 50 pieds en plomb au-deſſus du bas de l' eau; dans les marées bâtardes, elle ne diffère, que de quinze pieds.* Haec autem verba ita interpetratur Bernoullius, ac ſi altitudo aeſtuum in quadraturis eſſet pedum 15, atque inde ſuam proportionem deducit. At vereor, ne rectius, atque commodius ita ſumenda ſint, ut non altitudo aeſtuum in quadraturis, ſed eorum differentia ab aeſtubus maximis pedibus 15 taxanda ſit. Quod ſi ita ſumerentur, eſſent aeſtus maximi ad minimos, ut 50 : 35, quemadmodum aliae obſervationes exhibere ſolent. Verum, tum de obſervationis interpetratione, tum de totius tabulae diſcrimine, eruditiſſimorum virorum judicium eſto.



(1) Tabula haec Bernoulliana, cui meam comparavi inſerta eſt in ejus *Traité ſur le flux, & reflux de la Mer.*

(2) Pag. 189. Tom. III. Partis I. Comment. New. PP. Le ſeur, & Jacquier.

Digitized by Google

## SCHOLION II.

§. LIV. Cum tabulae aeſtuum Bernoullianae ei problemati, de quo dixi, innitantur, cumque in eo problemate; praeter coetera, erronea mihi videatur ea virium lunarium, atque ſolarium proportio, cui anguli poſitionis, & aeſtuum accelerationes ſuperſtruuntur; ſi ratio virium corrigatur, tempora accelerationum tam exigua evadent, ut phoenomenis explicandis ea ſola ſatis eſſe non poſſint. Nam ex innumeris obſervationibus ad portum Gratiae, Baionae, atque Doncherchii diligenter inſtitutis, atque a Caſſino correctis, invicemque comparatis deducitur, a ſyzygiis ad quadraturas differentiam temporis intercedere $5^h. 14'$, ut ad portum Gratiae, & Baionae definitum fuit, aut $5^h. 12'$, ut poſtulant obſervationes Doncherchianae (1). Iam vero, ſi aeſtus fieret in ipſo ☾ appulſu ad meridianum, eſſet aeſtus quadraturae $6^h. 12'$. Nam horae 6 debentur angulo $90°$ ☉ inter, & ☾, & $12'$ debentur motui lunari intra horas ipſas ſex. Quare acceleratio totalis aeſtuum a ſyzygiis ad quadraturas eſſet, aut 58, aut 60 minutorum. At ex angulo poſitionis correcto eruerentur ſola $20'$ circiter. Quare ſola acceleratio, quae in aeſtu contingit ex ſolo poſitionis angulo a recta virium ☾, & ☉ proportione ſupputato, ſatis eſſe non poteſt ad totam accelerationem explicandam. Si igitur tabulae omnes Bernoullianae ex hoc angulo corrigantur, non poterunt omnem aeſtus accelerationem a ſyzygiis ad quadraturas recte repraeſentare. Verum, ſi bene attendamus ad aeſtuum ipſorum magnitudines, animadvertemus, in iis aliquid eſſe, quod aeſtus etiam acceleret. Nam, ubi aeſtus ſunt maximi, maximi etiam ſunt defluxus, quos luna ſimul, & ſol conſpirantibus viribus gignunt. Quare punctum, a quo mare turgeſcere incipit, eſt humilius, atque omnium maxime depreſſum. Contra vero in quadraturis. In iis enim, ubi luna mare deprimit, ſol attollit. Quare punctum, unde intumeſcentia creſcere incipit, eſt omnium altiſſimum. Inde ſane conſequitur, tempora implectionum paria

eſſe

(1) Conſule Comment. Regiae Acad. Pariſ. ad annum 1710.

Digitized by Google

eſſe non poſſe. Nam in ſyzygia a puncto humiliori affluxus aquarum incipiunt, in quadratura vero a puncto ſublimiori. Quod ſi undarum aeque craſſarum obſcillationes iſochronae fiant, erunt magnitudines aeſtuum in ratione directa temporum implendo, atque attollendo inſumptorum. Si iam ed elevandam maximam intumeſcentiam tempus $2^h$. 15′ inſumatur, ut obſervationibus conſentaneum videtur, inde accelerationes novae aeſtuum oriuntur, quae cum aliis accelerationibus, ac retardationibus aeſtuum invicem comparatae novam accelerationem a ſyzygia ad quadraturam ſuppeditabunt, quae quidem eſt 58′. 34″. His igitur fundamentis, partim a commodioribus formulis, partim a correctiori virium ☾, & ☉ ratione, partim ab undarum obſcillantium iſochronia deſumptis, tabulas duas concinnavi, in quibus mediae aeſtuum magnitudines, media etiam aeſtuum mediorum tempora ſupputantur. Prima tabula tota eſt de angulo poſitionis lunaris iuxta problema, atque de aeſtuum magnitudinibus. In prima eiusdem tabulae columna exhibentur anguli elongationis ☾ a ☉ juxta aſcenſionem rectam. Elongatio, juxta quam fit intumeſcentia maxima ponitur 20°, ut Bernoullius ipſe jure, ac merito conſtituerat. Nam revera intumeſcentiae maximae poſt tertium aeſtum a ſyzygia plerumque a mathematicis collocantur. Tunc elongatio ☾ a ☉ eſt graduum circiter 20. Secunda eiusdem tabulae columna exhibet angulum, quem luna facit cum meridiano juxta problema, ita tamen, ut in ipſa intumeſcentia maxima angulus hic ſupponatur nullus, in aliis intumeſcentiis, modo additivus ſit, modo ſubtractivus ex rationibus a Daniele Bernoullio ſatis ſuperque perpenſis. Tertia, & quarta columna exhibent intumeſcentias lunares, atque ſolares ſeparatim ex proecepto ſupputatas, atque angulis poſitionum reſpondentes. In quinta columna fit duarum intumeſcentiarum aggregatum, conflaturque inde intumeſcentia totalis elongationi reſpondens, quae tamen a puncto infimo defluxuum ſupputetur. Duae enim ſunt omnino rationes aeſtus maritimos obſervandi. Prima ea eſt, in qua aeſtuum diurnorum altitudines a maxima maris depreſſione, quae eſt poſt tertium a ſyzygia defluxum, determinantur. Altera, in qua aeſtus diurni altitudo a defluxu immediate antecedenti, aut ſequenti

de-

Digitized by Google

deſumitur. Priores altitudines a columna quinta, poſteriores vero a ſexta indicantur. Intumeſcentiam maximam, a qua aliae deducuntur, eam aſſumendam iudicavi, quae in mea gravitatis terreſtris hypotheſi deducta fuit, quaeque eſt pedum pariſienſium 10. 651. Ratio virium ſolarium, atque lunarium ea adhibita, quae poſita iam in tota diſſertatione fuerat, ut 1 : 4. 60. Haec de tabulae primae elementis. Ad ſecundam quod attinet, iterum elongationum anguli in prima columna conſignantur, ut ſubinde accelerationes, aut retardationes aeſtuum ipſis reſpondentes exhibeantur. In ſecunda columna notatur ea acceleratio, aut retardatio, quae oritur ab angulo lunaris poſitionis in tempus medium commutato. Tertia columna oſtendit intumeſcentiarum accelerationes ab eorum magnitudine oriundae, in qua tempus inſumptum ad intumeſcentiam maximam attollendam ponitur $2^h. 15'$, alia vero tempora iuxta directam altitudinum rationem. Duarum accelerationum, aut retardationum ſumma, vel differentia exhibet aeſtuum accelerationes a ſyzygia ad quadraturas, aut contra. Uſus tabularum eſt, ut data intumeſcentia media ſyzygiarum pro aliquo portu, atque data hora media eiusdem intumeſcentiae a tranſitu ☾ per meridianum ſupputata, intumeſcentiae mediae pro quolibet angulo elongationis, aut pro quolibet ☾ die, atque tempora earum intumeſcentiarum ſupputentur. Nam pro dato ☾ die datur ex computo, aut ex aliqua ephemeride tranſitus ☾ per meridianum, adeoque angulus elongationis ei diei conveniens. Fiat 1.° haec analogia, ut altitudo aeſtus in ipſo ſyzygiae momento ex tabula erutus, ad altitudinem pro data elongatione in tabula competentem, ita altitudo aeſtus in eo portu in ſyzygiarum articulo obſervata, ad quartum terminum, qui aeſtus altitudinem pro dato ☾ die in eo portu exhibebit. Deinde ab elongationis angulo in ſecunda tabula, eruatur aeſtus acceleratio, aut retardatio in poſtrema columna conſignata, eaque acceleratio detrahatur ab hora appulſus ☾ ad meridianum dato die. Huic tempori addatur hora, qua aeſtus in dato portu celebratus eſt ipſo ſyzygiarum die. Summa horum temporum exhibebit horam aeſtus pro die dato, in dato portu. Et quoniam non ipſo ſyzygiarum articulo, ſed aut ante aut poſt, aeſtus celebrantur, inde fit, ut aut correctio caſſiniana ad rem hanc adhibenda ſit, aut

ipſum

Digitized by Google

ipſum temporis diſcrimen inter aeſtum, & tranſitum ☾ per meridianum loci in praecedenti ſyzygia adhibendum ſit. Coeterum multa adhuc reſtant, ut intumeſcentiae verae, ac tempora intumeſcentiarum non media, ſed vera exhibeantur. Nam iuxta diverſas luminarium, tum a terra diſtantias, tum declinationes variant intumeſcentiae ipſae. Iuxta diverſas diſtantias mutatur etiam ratio virium ☉, & ☾. Quare non idem eſt angulus poſitionis a problemate deductus, ſed in problematis formula introducenda eſt diverſa virium ratio a diſtantiis luminarium diverſis genita. Mutato poſitionis angulo, mutatur retardationis, aut accelerationis ab ipſo menſura. Mutatur itaque ex hoc nomine acceleratio actualis aeſtus. At eadem acceleratio mutatur etiam ab aeſtuum magnitudine. Quare nova ex hoc etiam titulo inſinuatur accelerationis mutatio. Nihil ergo mirum, ſi tam in intumeſcentiae magnitudine, quam in accelerationis tempore tabulae iſtae menſurarum mediocrium a veris, tum temporibus, tum intumeſcentiis diſcrepent. Tabulas novas ad veros motus ſupputatas in aliud tempus reiicio. Nam, ſi quis vellet, eas poſſet ex meis elementis conſtruere; at ipſe ad eas bene conſtruendas novas aeſtuum obſervationes expectandas arbitror. Interea tamen mearum tabularum cum praecipuis, ac generalibus obſervationibus conſenſio animadvertenda eſt. Nam in ipſa quadratura tempus accelerationis ex tabula II. eſt 58′. 34″. Tranſitus ☾ ad meridianum in quadratura media incidit 6.$^h$ 12′ a meridie. Deductis igitur 58′. 34″, quae eſt tabulae acceleratio pro quadratura, ſuperſunt 5.$^h$ 13′. 26′. Id iuxta tabulam eſt totum tempus ab aeſtu ſyzygiae ad aeſtum quadraturae. Iam vero, uti monui, tempus hoc ex innumeris obſervationibus petitum Doncherchi eſt 5.$^h$ 12′. Baionae eſt 5.$^h$ 14′. Similiter ad portum Gratiae eſt 5.$^h$ 14. Mea acceleratio inter haſce accelerationes ita media eſt, ut 34″ differat a tempore Baionae, & in portu Gratiae conſtituto ex duplici obſervationum ſerie. Advertendum etiam eſt, ex meis tabulis accelerationem maximam, non quidem in ipſa quadratura, ſed ad 96° elongationis, ſeu prope alterum aeſtum a quadratura incidere, & ad 100° eſſe maiorem, quam ad 90°. Quod quidem num obſervationibus reſpondeat, omnino ignoro. Non enim tot,

tam-

Digitized by Google

tamque accuratas obſervationes habemus, quae tam exiguae differentiae, ( quae quidem ad 2′ non aſſurgit ) perpendendae ſatis eſſe poſſint. Immo ea mihi ſententia eſt, obſervationem hanc ita eſſe arduam, tum ob ingentem difficultatem notandi momentum maximae excreſcentiae, tum etiam, ac praecipue ob laborem, aut inveniendi, aut per computum inducendi coeterarum circumſtantiarum aequalitatem, ut omnem etiam aſtronomicam ſubtilitatem excedat. Adde, quod hoc idem *maximum* ad quadraturam magis accederet, ſi elongatio in aeſtu ſyzygiarum maximo fieret 18°, ut ſane ex multis obſervationibus fieri poſſet. Magna etiam huic maximae accelerationi mutatio accidit ex aliis elementis, ſcilicet ex diverſa ratione inter vires ☉, & ☾, ex diverſa etiam maximorum, & minimorum aeſtuum ratione, quae non modo a diverſa ratione virium, verum etiam a diverſa luminarium declinatione dependet. Ab his omnibus exiguorum temporum computis nunc ſuperſedendum cenſeo, quibus tamen aditus per theoriam hanc eſt patefactus.

TA-

9934647

Digitized by Google

# TABULA I.

*De angulo poſitionis Lunaris, deque intumeſcentiis ex ☾, & ☼ viribus.*

| Angulus elongationis ☾ a ☼ in Aſcenſione recta. | | Angulus poſitionis Lunae ad meridianum. | | Intumeſcentia ex Lunae viribus. | Intumeſcentia ex Solis viribus. | Intumeſcentia compoſita relate ad infimū punctum. | Intumeſcentia cōpoſita relate ad deintumeſcētiam reſpondentem |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ° | | ° | ' | Ped. Pariſ. | Ped. Paris. | Ped. Paris. | Ped. Paris |
| 0 | 360 | 2. | 22 | 8. 734 | 1. 727 | 10. 461 | 10. 286 |
| 10 | 350 | 1. | 13 | 8. 745 | 1. 858 | 10. 603 | 10. 555 |
| 20 | 340 | 0. | 0 | 8. 749 | 1. 902 | 10. 651 | 10. 651 |
| 30 | 330 | 1. | 13 | 8. 745 | 1. 858 | 10. 603 | 10. 559 |
| 40 | 320 | 2. | 22 | 8. 734 | 1. 727 | 10. 461 | 10. 286 |
| 50 | 310 | 3. | 18 | 8. 720 | 1. 518 | 10. 238 | 9. 854 |
| 60 | 300 | 3. | 53½ | 8. 709 | 1. 241 | 9. 950 | 9. 289 |
| 70 | 290 | 4. | 6 | 8. 704 | 0. 921 | 9. 625 | 8. 644 |
| 80 | 280 | 3. | 48 | 8. 711 | 0. 589 | 9. 300 | 7. 987 |
| 90 | 270 | 2. | 48 | 8. 728 | 0. 285 | 8. 913 | 7. 296 |
| 100 | 260 | 2. | 18 | 8. 735 | 0. 086 | 8. 821 | 7. 005 |
| 110 | 250 | 0. | 0. | 8. 749 | 0. 000 | 8. 749 | 6. 847 |
| 120 | 240 | 2. | 18 | 8. 735 | 0. 086 | 8. 821 | 7. 005 |
| 130 | 230 | 2. | 48 | 8. 728 | 0. 285 | 8. 913 | 7. 296 |
| 140 | 220 | 3. | 48 | 8. 711 | 0. 589 | 9. 300 | 7. 987 |
| 150 | 210 | 4. | 6 | 8. 704 | 0. 921 | 9. 625 | 8. 644 |
| 160 | 200 | 3. | 53½ | 8. 709 | 1. 241 | 9. 950 | 9. 289 |
| 170 | 190 | 3. | 18 | 8. 720 | 1. 518 | 10. 238 | 9. 854 |
| 180 | 180 | 2. | 22 | 8. 734 | 1. 727 | 10. 461 | 10. 286 |

328: 15

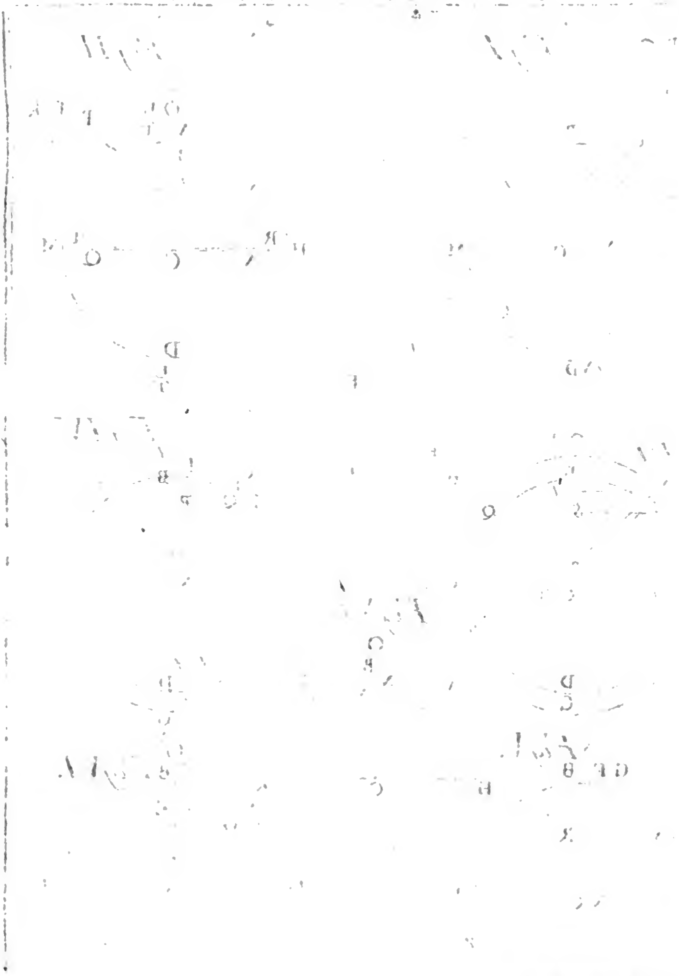
Digitized by Google

# TABULA II.

*De acceleratione, aut retardatione aeſtuum, tum ex eorum magnitudine, tum ex virium conſpiratione.*

| ngulus e- ngationis a ☉ in ſcenſione ecta. | | Acceleratio, aut retardatio ex virium conſpiratione. | | | Acceleratio ab aeſtus magnitudine. | | Acceleratio totalis ex utraque conflata. | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ° | ° | ' | '' | | ' | '' | h | ' | '' |
| 0 | 360 | 9. | 28. | retar. | 4. | 38 | | 0. | 0 |
| 10 | 350 | 4. | 52 | retar. | 1. | 10 | | 1. | 8 |
| 20 | 340 | 0. | 0 | | 0. | 0 | | 4. | 50 |
| 30 | 330 | 4. | 52 | acce. | 1. | 10 | | 10. | 52 |
| 40 | 320 | 9. | 28 | acce. | 4. | 38 | | 18. | 56 |
| 50 | 310 | 13. | 12 | acce. | 10. | 7 | | 26. | 9 |
| 60 | 300 | 15. | 34 | acce. | 17. | 16 | | 37. | 40 |
| 70 | 290 | 16. | 25 | acce. | 25. | 27 | | 46. | 42 |
| 80 | 280 | 15. | 12 | acce. | 33. | 46 | | 53. | 48 |
| 90 | 270 | 11. | 12 | acce. | 42. | 32 | | 58. | 34 |
| 100 | 260 | 9. | 12 | acce. | 46. | 13 | 1. | 0. | 15 |
| 110 | 250 | 0. | 0 | | 48. | 13 | | 53. | 3 |
| 120 | 240 | 9. | 12 | retar. | 46. | 13 | | 41. | 51 |
| 130 | 230 | 11. | 12 | retar. | 42. | 32 | | 36. | 10 |
| 140 | 220 | 15. | 16 | retar. | 33. | 46 | | 23. | 24 |
| 150 | 210 | 16. | 25 | retar. | 25. | 27 | | 13. | 52 |
| 160 | 200 | 15. | 34 | retar. | 17. | 16 | | 6. | 32 |
| 170 | 190 | 13. | 12 | retar. | 10. | 7 | | 1. | 45 |
| 180 | 180 | 9. | 28 | retar. | 4. | 38 | | 0. | 0 |

Digitized by Google



Digitized by Google

*Dissertatio de Maris æstu*

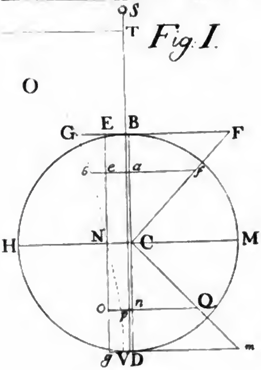



Fig. I.

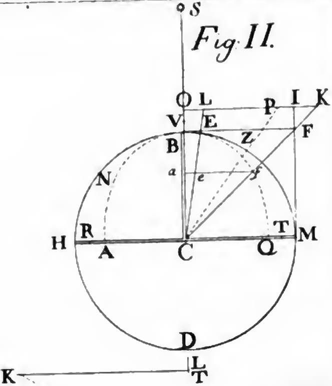



Fig. II.

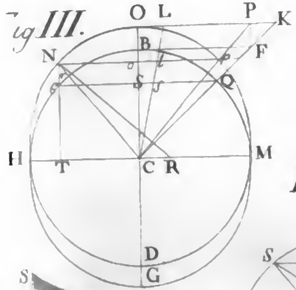



Fig. III.

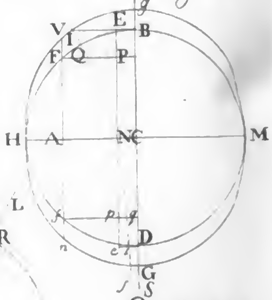



Fig. IV.




Fig. V.

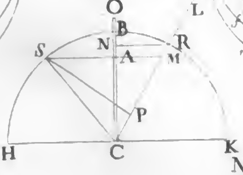



Fig. VII.

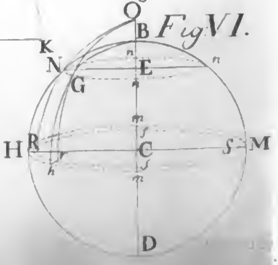



Fig. VI.

Google

Digitized by Google